УДК 62-50

ТЕЛЕНИК С.Ф.,
БІДЮК П.І.,
АМОНС О.А.,
КРИЖОВА К.О.

МЕТОД РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ МІЖ ПРОЕКТАМИ

Робота присвячена розробці методу розв'язання задачі розподілу ресурсів між проектами, що ґрунтується на використання результатів теорії нечітких множин та цілочислового математичного програмування. Такий підхід відрізняється від відомих тим, що дає можливість врахувати суб'єктивні оцінки експертів та об'єктивні (фактичні) обмеження на фонди, що спрямовуються на реалізацію проектів.

This work is devoted to develop method of decision task of allocation resources between projects. This method based on using results of fuzzy set theory and integer mathematical programming. Such approach is differed from other famous theory by giving opportunity to take into account expert subjects marks objects (actual) restricts of funds, directed on realization of projects.

Задача розподілу ресурсів є предметом наукових досліджень на протязі останніх декількох десятиліть. Для розв'язку таких задач застосовують, в основному, методи дослідження операцій з обмеженнями різних типів [1]. Однак, застосування виключно «чітких» методів до подібних задач, як правило, не дає можливості враховувати більшість факторів, що впливають на розподіл ресурсів. Їх можна розглядати як складні багатокритеріальні задачі ієрархічного типу, для яких є характерною наявність ситуаційних та конфліктних невизначеностей [2].

Особливого значення ця проблема набуває в системах управління бізнес-процесами в організаційно-технологічних об'єктах управління, які функціонують на основі ресурсного підходу [3]. Також, розроблено декілька детермінованих та стохастичних моделей управління розподілом ресурсів в інформаційно-телекомунікаційних мережах [4,5,6], використання яких стримується відсутністю моделей оцінки важливості бізнес-процесів.

Задачу вибору проекта для фінансування в умовах обмеженості фінансових засобів будемо розглядати як задачу багатокритеріального прийняття рішень (БКПР). При постановці та розв'язку задачі вводиться бюджетне обмеження (EC0) та чотири додаткових обмеження – відносно пріоритетності проекту (EC1), типів проектів (EC2), розмірів проектів (EC3) та виконавців проектів (EC4). Кожна з умов досягнення рівноваги між розподілом бюджетних засобів {EC0, EC1, EC3, EC4} призначена для врахування (збалансовування) конкретних вимог і використовується для розподілу множини можливих проектів на кілька підмножин (підгруп). При цьому передбачається, що з кожної підгрупи буде відібрана для реалізації деяке фіксоване число проектів.

Процес вибору проектів ускладнюється також тим, що він має деякі нечіткі характеристики. Оскільки прийняття рішення щодо фінансування проектів, як правило, виконується членами експертних груп, то для кожного з них характерною є наявність суб'єктивності, неточність та невизначеність суджень, невизначеність та необгрунтованість у присвоєнні відносних вагових коефіцієнтів критеріям вибору. Дуже часто особа, що приймає рішення (ОПР), присвоює вагові коефіцієнти критеріям у вигляді лінгвістичних змінних, таких як "хороший", "дуже низький", "слабкий" і тому подібне. А тому проблема вибору проектів для фінансування складна і характеризується наявністю невизначеностей вже за своєю природою. Існують детерміновані підходи до вибору проектів на основі точних характеристик, але вони мають занадто загальний характер і не враховують особливості ситуації та вибору в умовах суттєвої обмеженості бюджетних ресурсів, а також тих невизначеностей, які зустрічаються при розв'язку реальних задач.

Багатокритеріальне нечітке оцінювання якості проектів. Для того щоб оцінити якість кожного проекту за допомогою вибраних критеріїв вибору, розглянемо наступні аспекти, що пов'язані із вибором: взаємозв'язки між різними критеріями; ранжування проектів за різними критеріями вибору; вагові коефіцієнти для кожної альтернативи; агрегування рангів кожного кожного проекту з ваговими коефіцієнтами критерію. Використовуючи отриманий таким чином агрегований показник, далі можна обчислити індекс значимості проекту (ІЗП), який є інтегральним показником корисності його реалізації.

Взаємозв'язки між різними критеріями вибору можна найкраще показати на прикладі ієрархічної структури. На першому рівні визначається нечітка оцінка важливості суб'єктивних критеріїв (наприклад, необхідність та терміновість виконання проекту, принципова можливість реалізації проекту, корисність проекту та можливості отримання достатнього і реального фінансування). На другому рівні проекту присвоюється рейтинг у відповідності до кожного суб'єктивного критерію. Такий рейтинг можна присвоювати проектам за семизначною шкалою лінгвістичних змінних, наприклад, {надзвичайно хороший, дуже хороший, середній, нижче середнього, поганий, дуже поганий}.

Для визначення ступеня нечіткості індивідуальних суджень кожної ОПР щодо відносної важливості критеріїв скористаємось 5-значною шкалою лінгвістичної змінної – "Важливість": Важливість = {дуже важливий, важливий, середньої важливості, не важливий, дуже низької важливості}. Використовуючи таку модель, можна прийняти до уваги нечіткість ОПР при визначенні рейтингу, а також визначити альтернативу між різними критеріями оцінки в процесі агрегування. Все це сприяє структуризації процесу прийняття рішень та покращенню якості рішень. Введемо деякі визначення та поняття, які будуть використані при побудові алгоритму розподілу ресурсів між проектами.

Означення 1. Нехай X – область визначення деякої змінної. Нечітка підмножина $\tilde{A}$, що належить X, визначається функцією належності (ФН) $f_{\tilde{A}} : X \to [0,1]$. Значення функції $f_{\tilde{A}}(x)$ представляє собою значення належності величини x множині $\tilde{A}$.

Означення 2. Нечітке число $\tilde{A}$ є нечіткою підмножиною дійсної осі R, функція належності якої $f_{\tilde{A}}(x)$ має наступні характеристики:

$$f_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} f_{\tilde{A}}^{L}(x), & \alpha \le x \le \beta, \\ 1, & \beta \le x \le \gamma, \\ f_{\tilde{A}}^{R}(x), & \gamma \le x \le \delta, \\ 0, & \text{інакше}, \end{cases} \quad (1)$$

$-\infty \le \alpha \le \beta \le \gamma \le \delta \le \infty$;

де $f_{\tilde{A}}^{L}(x) : [\alpha, \beta] \to [0,1]$ – неперервна та строго зростаюча функція на $[\alpha, \beta]$, а $f_{\tilde{A}}^{R}(x) : [\gamma, \delta] \to [0,1]$ – неперервна та строго зростаюча функція на $[\gamma, \delta]$.

Позначимо через $\Im(R)$ множину всіх нечітких чисел. Тепер можна визначити (побудувати) багато різних функцій належності для нечітких чисел, які мають наведені вище характеристики. Окремим випадком є трикутна ФН.

Означення 3. Нечітке число $\tilde{a}$ з трикутною функцією належності є нечітким числом на осі **R** з ФН виду: $f_{\tilde{A}} : \mathbf{R} \to [0, 1]$. Воно параметризується трійкою чисел: $\tilde{a} = (a_l, a, a_r)$, тобто

$$f_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} (x-a)/(a-a_1), & a_l \le x \le a, \\ (x-a_r)/(a-a_r), & a \le x \le a_r, \\ 0, & \text{інакше}, \end{cases}$$

де $a_l \le a \le a_r$ – дійсні числа.

Призначення параметрів трійки $\tilde{a} = (a_l, a, a_r)$ наступні: параметр a визначає максимально можливий ступінь належності $f_{\tilde{a}}(x)$, тобто $f_{\tilde{a}}(a) = 1$; це найбільш можливе значення даних, що оцінюються. Параметри a_l, a_r представляють собою ліву і праву границю діапазону, в який може попасти величина, значення якої оцінюється. Так, для точного значення числа a можна записати, що $\tilde{a} = (a, a, a)$. Надалі будемо використовувати нечіткі числа з трикутною функцією належності для описування суб'єктивних оцінок, які дають ОПР. Причиною використання нечітких чисел з трикутною ФН є те, що ОПР їх інтуїтивно використовують на практиці [7, 8].

Арифметичні операції над нечіткими числами. Користуючись принципом розширення, можна записати, що арифметична операція $\tilde{C} = \tilde{A} * \tilde{B}$ над двома нечіткими числами $\tilde{A}$ і $\tilde{B}$ представляє собою нечітке число, функція належності якого $f_{\tilde{C}}(x)$ визначається як

$$f_{\tilde{C}}(z) = f_{\tilde{A}*\tilde{B}}(z) = \sup_{z=x*y} \min\{ f_{\tilde{A}}(x),\ f_{\tilde{B}}(y)\},$$

де символ "*" визначає арифметичну операцію $+, -, \times$ або $\div$.

Нехай $\tilde{a} = (a_l, a, a_r)$ і $\tilde{b} = (b_l, b, b_r)$ – два нечітких числа. Відомо, що результатом нечіткого додавання є $\tilde{a} \oplus \tilde{b} = (a_l + b_l,\ a + b,\ a_r + b_r)$, нечіткого віднімання є $\tilde{a} - \tilde{b} = (a_l - b_l,\ a - b,\ a_r - b_r)$, а результатом множення коефіцієнта k на нечітке число $\tilde{a}$ є $k \otimes \tilde{a} = (ka_l,\ ka,\ ka_r)$ для $\forall k \in R^+$. Всі отримані результати арифметичних операцій також будуть нечіткими числами з трикутними ФН. Однак, у випадку коли $a_l > 0$ і $b_l > 0$, маємо: $\tilde{a} \otimes \tilde{b} \approx (a_l b_l,\ ab,\ a_r b_r)$ і $\tilde{a} \div \tilde{b} \approx (a_l / b_r,\ a/b,\ a_r / b_l)$, тобто, результатами множення і ділення двох нечітких чисел з трикутною функцією належності є наближені нечіткі числа з трикутною функцією належності.

Лінгвістичні змінні. Нечіткими лінгвістичними змінними називають такі, значеннями яких є слова або фрази повсякденної або синтезованої мови. Наприклад, характеристику (якість) проекту можна визначити за допомогою змінних "*Якість*" та "*Важливість*", які є лінгвістичними, а не числовими. Лінгвістичні змінні досить часто характеризують саме трикутними функціями належності. Якщо ввести позначення *Якість*=**S**, то у відповідності до наведеного вище переліку значень змінної *Якість* можна записати, що S={*EG, VG, G, M, P, VP, EP*}, де *EG=надзвичайно хороший; VG=дуже хороший; G=хороший; M=середній; P=нижче середнього; VP=поганий; EP=дуже поганий.* Якщо взяти за основу десятибальну шкалу, то лінгвістичну змінну **S** можна характеризувати в діапазоні [0,10] нечіткими числами з трикутною функцією функцією належності наступним чином: *EG*=(9.5;10;10), *VG*=(7;8.5;10), *G*=(5.5;7;8.5), *M*=(3.5;5;6.5), *P*=(1.5;3;4.5), *VP*=(0;1.5;3), *EP*=(0;0;0.5). Функції належності можна записати у вигляді:

EG=(9.5;10;10):

$$f_{EG}(x) = \begin{cases} 2x - 19, & 9,5 \le x \le 10, \\ 0, & 0 \le x \le 9,5; \end{cases}$$

VG=(7;8.5;10):

$$f_{VG}(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2x - 14), & 7 \le x \le 8,5, \\ \frac{2}{3}(10 - x), & 8,5 \le x \le 10, \\ 0, & \textit{інакше}, \end{cases}$$

G=(5.5;7;8.5):

$$f_G(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2x - 11), & 5,5 \le x \le 7, \\ \frac{1}{3}(17 - 2x), & 7 < x \le 8,5, \\ 0, & \textit{інакше}, \end{cases}$$

M=(3.5;5;6.5):

$$f_M(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2x - 7), & 3,5 \le x \le 5, \\ \frac{1}{3}(13 - 2x), & 5 < x \le 6,5, \\ 0, & \textit{інакше}, \end{cases}$$

P=(1.5;3;4.5):

$$f_P(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2x - 6), & 1,5 \le x \le 3, \\ \frac{1}{3}(9 - 2x), & 3 < x \le 4,5, \\ 0, & \textit{інакше}, \end{cases}$$

VP=(0;1.5;3):

$$f_{VP}(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, & 0 \le x \le 1,5, \\ \frac{1}{3}(6 - 2x), & 1,5 < x \le 3, \\ 0, & \textit{інакше}, \end{cases}$$

EP=(0;0;0.5):

$$f_{EP}(x) = \begin{cases} 1 - 20x, & 0 \le x \le 0,5, \\ 0, & 0 < x \le 10. \end{cases}$$

Шкалу лінгвістичної змінної "*Важливість проекту*" розділимо на 5 значень: **W**={*VI, I, F, UI, VUI*}, де *VI* =(*дуже важливий*), *I* = (*важливий*), *F* = (*середньої важливості*), *UI* = (*не важливий*), *UI* = (*дуже низької важливості*). Значення лінгвістичної змінної **W** також будемо характеризувати функціями належності трикутного виду на інтервалі [0,10], тобто: *VI*=(8;10;10), *I*=(5;7;9), *F*=(3;5;7), *UI*=(1;3;5), *VUI*=(0;0;2). Значення цієї змінної будуть використані для визначення величин вагових коефіцієнтів (якісних) суб'єктивних критеріїв вибору, які використовуються особами, що приймають рішення. Самі функції належності визначаються як

VI=(8;10;10):

$$f_{VI}(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(x-8), & 8\le x\le 10,\\ 0, & 0<x<8,\end{cases}$$

I=(5;7;9):

$$f_I(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(x-5), & 5\le x\le 7,\\ \frac{1}{2}(9-x), & 7<x\le 9,\\ 0, & \textit{інакше},\end{cases}$$

F=(3;5;7):

$$f_F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(x-3), & 3\le x\le 5,\\ \frac{1}{2}(7-x), & 5<x\le 7,\\ 0, & \textit{інакше},\end{cases}$$

UI=(1;3;5):

$$f_{UI}(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(x-1), & 1\le x\le 3,\\ \frac{1}{2}(5-x), & 3<x\le 5,\\ 0, & \textit{інакше},\end{cases}$$

VUI=(0;0;2):

$$f_{VUI}(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(2-x), & 0\le x\le 2,\\ 0, & 2<x<10\end{cases}.$$

Лінгвістичне значення вагового коефіцієнта можна отримати шляхом опитування ОПР з використанням шкали ранжування. Оцінку якості кожного проекта за допомогою ОПР відносно різних критеріїв можна отримати шляхом простого ранжування.

Агрегування рішень (оцінок) осіб, що приймають рішення. Припустимо, що вже є нечіткі оцінки від ОПР щодо якості та важливості проектів по відношенню до вибраних критеріїв і ці оцінки необхідно об’єднати в загальний агрегований нечіткий індекс значимості проекту, який буде служити узагальненою мірою необхідності виконання та важливості кожного альтернативного проекту. Одним із простих (але оправданих) підходів до агрегування є усереднення набору оцінок. Для реалізації цього методу наобхідно скористатися нечітким оператором знаходження середнього.

Розглянемо задачу вибору проекту із n альтернативних варіантів, в розв’язку якої приймають участь k ОПР за допомогою m критеріїв. Нехай $S_{ijt}=(s_{ijt}^{(l)},\, s_{ijt},\, s_{ijt}^{(r)})\in \mathbf{S}$, $i=1,2,...,n;\quad j=1,2,...,m;\quad t=1,2,...,k$ – це лінгвістичний рейтинг, який присвоєний особою, що приймає рішення, D_t проекту P_i за критерієм C_j. Також покладемо, що $W_{jt}=(w_{jt}^{(l)},\, w_{jt},\, w_{jt}^{(r)}),\quad j=1,2,...,m;\quad t=1,2,...,k$ – є лінгвістичним ваговим коефіцієнтом, який присвоєний ОПР D_t за критерієм C_j. Введемо також агреговані змінні

$$\overline{S}_{ij}=\frac{1}{k}\otimes(S_{ij1}\oplus S_{ij2}\oplus ...\oplus S_{ijk}),$$

$$\overline{W}_j=\frac{1}{k}\otimes(W_{j1}\oplus W_{j2}\oplus ...\oplus W_{jk}),$$

де символами $\otimes$ і $\oplus$ – позначені операції нечіткого множення на коефіцієнт (шкалювання) та додавання, відповідно. При вибраних позначеннях змінна $\overline{S}_{ij}$ представляє собою усереднений нечіткий рейтинг (оцінку) проекту(P_i за суб’єктивним критерієм C_j, а $\overline{W}_j$ – це усереднене значення нечіткого вагового коефіцієнта важливості суб’єктивного критерія C_j. Змінні $\overline{S}_{ij}$ і $\overline{W}_j$ також є нечіткими числами з трикутною функцією належності наступного виду [2]:

$$\overline{S}_{ij}=(\overline{s}_{ij}^{(l)},\, \overline{s}_{ij},\, \overline{s}_{ij}^{(r)}),\quad \overline{W}_j=(\overline{w}_j^{(l)},\, \overline{w}_j,\, \overline{w}_j^{(r)}),$$

де

$$\overline{s}_{ij}^{(l)}=\frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}s_{ijt}^{(l)},\quad \overline{s}_{ij}=\frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}s_{ijt},\quad \overline{s}_{ij}^{(r)}=\frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}s_{ijt}^{(r)},$$

$$\overline{w}_j^{(l)}=\frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}w_{jt}^{(l)},\quad \overline{w}_j=\frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}w_{jt},\quad \overline{w}_j^{(r)}=\frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}w_{jt}^{(r)}.$$

В загальному випадку вагові коефіцієнти критеріїв повинні бути нормованими з використанням операцій нечіткого додавання та нечіткого ділення. Нормовані значення знайдемо як

$$\overline{W}_{jN}=\overline{W}_j\otimes\left(\sum_{k=1}^{m}\overline{W}_k\right)\approx$$

$$\approx\left(\left(\frac{\overline{w}_j^{(l)}}{\sum_{k=1}^{m}\overline{w}_j^{(r)}}\right),\left(\frac{\overline{w}_j}{\sum_{k=1}^{m}\overline{w}_j}\right),\left(\frac{\overline{w}_j^{(r)}}{\sum_{k=1}^{m}\overline{w}_j^{(l)}}\right)\right)= \qquad (2)$$

$$=(\overline{w}_j^{(l)},\ \overline{w}_j,\ \overline{w}_j^{(r)})$$

Нечіткий індекс значимості проекту $ІЗП_i$ для проекту P_i можна отримати шляхом усереднення добутків рангів критеріїв та відповідних вагових коефіцієнтів, тобто:

$$ІЗП_i = \frac{1}{m} \otimes \left[\left(\overline{W}_1 \otimes \overline{S}_{i1} \right) \oplus \left(\overline{W}_2 \otimes \overline{S}_{i2} \right) \oplus \ \ldots \ \oplus \left(\overline{W}_m \otimes \overline{S}_{im} \right) \right]$$

У відповідності до принципу розширення $ІЗП_i$ не буде нечітким числом з трикутною функцією належності. Але для простоти на практиці $ІЗП_i$ приблизно розглядають як нечітке число з трикутною функцією належності виду:

$$ІЗП_i \approx (c_i^l, c_i, c_i^r) = \\ = \left(\frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \overline{w}_j^{(l)} \overline{s}_{ij}^{(l)},\ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \overline{w}_j \overline{s}_{ij},\ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \overline{w}_j^{(r)} \overline{s}_{ij}^{(r)} \right).$$

Застосування нечіткого булевого програмування до розв’язку задачі вибору проекту

Наступним кроком після обчислення індексу значимості проекту є розробка процедури вибору проекту в умовах рівноваги (ВПУР). Як було сказано вище, умови рівноваги повинні складатися із одного бюджетного обмеження (EC_0) та ще чотирьох наступних обмежень: тобто, обмеження відносно пріоритетності проекту (EC_1), типів проектів (EC_2), розмірів проектів (EC_3) та виконавців проектів (EC_4). Сформулюємо цю задачу як задачу нечіткого булевого програмування (НБП) та розглянемо можливості її розв’язку за домогою пакету прикладних програм.

Формулювання задачі вибору проекту. Нехай $\mathbf{P}=\{P_1, P_2,...,P_n\}$ – множина запропонованих проектів, вартість яких складає ($b_1, b_2,\ldots, b_n$) – нечіткий індекс значимості проекту $P_i = 1,2,\ldots n$; b – загальний бюджет, запланований на виконання проектів. Присвоїмо кожному проекту змінну x_i, яка прийматиме значення 0 або 1 в залежності від того, приймається проект чи ні, тобто

$$x_i = \begin{cases} 1, \textit{якщо проект вибирається для фінансування}; \\ 0, \qquad \textit{якщо проект не вибирається}. \end{cases}$$

Таким чином, задачею ВПУР є вибір такого проекту, який максимізує загальний внесок, тобто $\sum_{i=1}^{n} ІЗП_i \ x_i$. Очевидно, що умову рівноваги EC_0 (бюджетне обмеження) можна просто представити у вигляді $\sum_{i=1}^{n} e_i \ x_i \le b$. Всі інші умови $\{EC_1, EC_2, EC_3, EC_4\}$ задовольняють конкретним вимогам при розподілі фінансових ресурсів. Вони розділяють всю множину проектів, що виносяться на розгляд, на кілька підмножин з метою формування підгруп із своїми пріоритетами. При цьому з кожної підмножини можна вибрати для реалізації обмежене число проектів або тільки один проект. Наприклад, при розгляданні пріоритетності проекту EC_1 загальну кількість варіантів можна розбити на кілька груп (наприклад, 6). Ця умова приводить до того, що всі проекти $\mathbf{P}$ діляться на шість груп $\{\mathbf{P}_{11}, \mathbf{P}_{12}, \mathbf{P}_{13},\ldots, \mathbf{P}_{16}\}$ у відповідності до числа пріоритетів. При цьому до групи $\mathbf{P}_{1k}$ відносяться всі проекти *k–го* напряму ($k=1,2,\ldots,6$). Тепер можна записати, що $\mathbf{P} = \cup_{k=1}^{6} \mathbf{P}_{1k}$. Якщо для *k–го* напряму було вибрано фіксоване число проектів b_{1k}, то можна записати обмеження у вигляді:

$$\sum_{j \in P_{1k}} x_j = b_{1k}, \quad k = 1, 2, ..., 6 .$$

В загальному випадку умова рівноваги EC_t приводить до необхідності створення підгрупи $\{\mathbf{P}_{t1}, \mathbf{P}_{t2}, ..., \mathbf{P}_{tq_t}\}$, яка входить в $\mathbf{P}$ разом із заданим числом проектів $\{b_{t1}, b_{t2}, ..., b_{tq_t}\}$, які будуть вибрані із кожної підгрупи. Відповідно, для кожної умови можна записати обмеження

$$\sum_{j \in P_{tk}} x_j = b_{tk}, \quad k = 1, 2, ..., q_t; \quad t = 1, 2, 3, 4 .$$

Таким чином, задачу вибору проектів в умовах зберігання рівноваги можна сформулювати так:

Максимізувати $\sum_{i=1}^{n} ІЗП_i \ x_i$ при обмеженнях вигляду [8]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} e_i \, x_i \le b, & (EC_0), \\ \sum_{i \in P_{1k}} x_i = b_{1k}, \quad k = 1, 2, ..., q_1, & (EC_1), \\ \sum_{i \in P_{2k}} x_i = b_{2k}, \quad k = 1, 2, ..., q_2, & (EC_2), \\ \sum_{i \in P_{3k}} x_i = b_{3k}, \quad k = 1, 2, ..., q_3, & (EC_3), \\ \sum_{i \in P_{4k}} x_i = b_{4k}, \quad k = 1, 2, ..., q_4, & (EC_4), \end{cases} \qquad (3)$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, ..., n .$$

Тобто, система (3) представляє собою задачу нечіткого булевого програмування, оскільки $ІЗП_i$ – нечіткі числа з трикутними ФН.

Розв'язок задачі НБП. При розв'язку задачі нечіткого булевого програмування (3) важливу роль відіграє ранжування нечітких чисел. В даному випадку скористаємось методом ранжування нечітких чисел, який дозволяє ідентифікувати узагальнене очікуване значення. У порівнянні з іншими цей метод є відносно простим з обчислювальної точки зору.

Означення 4. Якщо $\tilde{A}$ – це нечітке число з функцією належності (1), то узагальнене очікуване значення з індексом оптимізму μ визначається так [2]:

$$E_\mu(\tilde{A}) = \mu E_R(\tilde{A}) + (1-\mu) E_L(\tilde{A}),$$

де $E_R(\tilde{A})$ і $E_L(\tilde{A})$ – праве та ліве очікувані значення числа $\tilde{A}$, відповідно; $\mu \in [0,1]$, а $E_R(\tilde{A})$ і $E_L(\tilde{A})$ визначаються так:

$$E_R(\tilde{A}) = \int_\alpha^\beta x f_{\tilde{A}}^R(x)dx, \quad E_L(\tilde{A}) = \int_\gamma^\delta x f_{\tilde{A}}^L(x)dx \qquad (4)$$

Еквівалентним означенням для $E_R(\tilde{A})$ і $E_L(\tilde{A})$ є також наступне:

$$E_R(\tilde{A}) = \int_0^1 g_{\tilde{A}}^R(y)dy, \quad E_L(\tilde{A}) = \int_0^1 g_{\tilde{A}}^L(y)dy \qquad (5)$$

де $g_{\tilde{A}}^R(y)$ і $g_{\tilde{A}}^L(y)$ – це функції, які є оберненими по відношенню до $f_{\tilde{A}}^R(x)$ і $f_{\tilde{A}}^L(x)$, відповідно.

Параметр $\mu \in [0,1]$ характеризує ступінь оптимізму ОПР, який приймає значення в інтервалі від нуля до одиниці. При цьому більше значення μ відповідає більшому значенню оптимізму. Так, при μ=0 маємо: $E_0(\tilde{A}) = E_L(\tilde{A})$, тобто ОПР має песимістичну точку зору. Для високого рівня оптимізму $\mu = 1$ і маємо: $E_1(\tilde{A}) = E_R(\tilde{A})$. Для помірного рівня оптимізму μ=0,5 і маємо: $E_{0,5}(\tilde{A}) = 0{,}5[E_L(\tilde{A}) + E_R(\tilde{A})]$.

Для нечіткого числа $\tilde{A} = (a_l, a, a_r)$ та рівня оптимізму $\mu \in [0,1]$ легко визначити, що $E_L(\tilde{A}) = 0{,}5(a_l + a)$, $E_R(\tilde{A}) = 0{,}5(a + a_r)$, а $E_\mu(\tilde{A}) = \mu E_R(\tilde{A}) + (1-\mu) E_L(\tilde{A})$.

При деякому рівні оптимізму μ нечіткі числа можна упорядкувати шляхом порівняння їх узагальнених очікуваних значень при конкретних величинах μ. Тобто, для двох нечітких чисел $\tilde{A}, \tilde{B}$ співвідношення $E_\mu(\tilde{A}) < E_\mu(\tilde{B})$, $E_\mu(\tilde{A}) > E_\mu(\tilde{B})$, $E_\mu(\tilde{A}) = E_\mu(\tilde{B})$ означають, що $\tilde{A} < \tilde{B}$, $\tilde{A} > \tilde{B}$ та $\tilde{A} = \tilde{B}$, відповідно.

Використовуючи узагальнені очікувані значення нечітких чисел, розглянемо методику розв'язку задачі нечіткого булевого програмування (3). Нехай X – скінченні множина можливих розв'язків задачі (3), а $g:\mathbf{P} \to \Im(R)$ – функція відображення множини проектів в множину нечітких чисел, що визначаються як

$$g(x) = \sum_{t\in S} ІЗП_i, \quad S = \{i \in N : x_i = 1\}.$$

У відповідності до принципу розширення маємо: якщо $ІЗП_i = (c_i^l, c_i, c_i^r), (i \in S)$ – нечіткі числа з трикутними функціями належності, то $g(x) = (\sum_{i\in S} c_i^l, \sum_{i\in S} c_i, \sum_{i\in S} c_i^r)$ також є нечітким числом із трикутною функцією належності.

Означення 5. При заданому рівні оптимізму $\mu \in [0,1]$ розв'язок $x^* \in X$ називають оптимальним розв'язком задачі (3), якщо $E_\mu(g(x^*)) \ge E_\mu(g(x)), \ \forall x \in X$.

<u>Теорема 1</u>. Для заданого рівня оптимізму μ, $x^* \in X$ є оптимальним розв'язком задачі (3), якщо x^* є оптимальним розв'язком наступної класичної задачі булевого програмування:

$$\text{Максимізувати} \quad \sum_{i=1}^n [c_i + \alpha c_r + (1-\alpha)c_l] x_i$$

при обмеженнях

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n e_i x_i \le b, & (EC_0), \\ \sum_{i\in P_{1k}} x_i = b_{1k}, \quad k = 1,2,...,q_1, & (EC_1), \\ \sum_{i\in P_{2k}} x_i = b_{2k}, \quad k = 1,2,...,q_2, & (EC_2), \\ \sum_{i\in P_{3k}} x_i = b_{3k}, \quad k = 1,2,...,q_3, & (EC_3), \\ \sum_{i\in P_{4k}} x_i = b_{4k}, \quad k = 1,2,...,q_4, & (EC_4). \end{cases} \qquad (6)$$

$$x_i \in \{0,1\}, \quad i = 1,2,...,n.$$

Модель (4) – класична задачу цілочислового програмування. Якщо її вимірність не занадто велика, то її можна розв'язати за допомогою за допомогою оптимізаційного інструментарію системи MATLAB або іншого пакету прикладних програм. Наприклад, зручними є системи підтримки прийняття рішень, які містять спеціальні інструменти для реалізації обчислень та критерії для вибору кращих розв'язків [9].

Модельний приклад. Розглянемо застосування запропонованого вище методу до розв'язку задачі вибору проектів. Для цього скористаємось модельними даними, але це не означає, що даний приклад є спрощеним. В плануванні та прийманні рішень щодо проектів приймають участь представники фінансуючої організації (міністерства), та міністерств чи відомств, які ми розділимо на три групи і розглядатимемо як ОПР. Позначимо ці групи як D_1, D_2, D_3. Проілюструємо застосування методу на основі даних, що складають 52 пропозиції при бюджеті 4 000 000 грн. З метою збалансування інтересів між учасниками групи планування запишемо чотири умови рівноваги:

EC_1: розділимо всі 52 проекти по відношенню до пріоритетності (А) на шість груп $\{A_1, A_2,\ldots,A_6\}$. Нехай з кожної групи A_t, t=1,2,…,6 необхідно вибрати по два проекти.

EC_2: за типами проектів (T) розділимо всі 52 проекти також на 6 груп $\{T_1, T_2,\ldots,T_6\}$. При цьому з кожної групи T_t, t=1,2,…,6 необхідно вибрати по два проекти.

EC_3: за обсягами проектів (S) розділимо 52 проекти на три групи $\{S_1, S_2, S_3\}$. При цьому із кожної групи S_t, t=1,2,3 виберемо по чотири проекти.

EC_4: за виконавцями проектів розділимо 52 проекти на 5 груп $\{M_1, M_2,\ldots,M_5\}$. При цьому кожна група виконавців $M_1, M_2,\ldots,M_5$ повинна виконати певну кількість проектів. Нехай це буде 6, 2, 2, 1, 1, відповідно.

Тепер можна скласти таблицю розподілу проектів у відповідності до умов рівноваги $EC_1,\ldots,EC_4$. Таке групування проектів наведено в таблиці 1.

Особи, які приймають рішення, оцінюють ваговий коефіцієнт важливості для кожного критерія вибору, використовуючи при цьому лінгвістичні значення за шкалою:

W=$\{VI, I, F, UI, VUI\}$. В таблиці 2 наведено лінгвістичні значення вагових коефіцієнтів важливості, а також нормовані середні значення вагових коефіцієнтів важливості (нечіткі числа для трикутних функцій належності).

Wн1=(0,11; 0,20; 0.39);

Wн2 = (0,18; 0,29; 0,47);

Wн3=(0,21; 0,33; 0.49);

Wн4 = (0,02; 0,18; 0,356).

Табл. 1. Умови рівноваги та групування проектів

№ пр.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*EC*1	*A*2	*A*2	*A*3	*A*6	*A*2	*A*5	*A*1	*A*5	*A*2
*EC*2	*T*5	*T*5	*T*5	*T*5	*T*5	*T*5	*T*5	*T*5	*T*5
*EC*3	*S*2	*S*2	*S*2	*S*2	*S*2	*S*2	*S*2	*S*2	*S*2
*EC*4	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1

№ пр.	10	11	12	13	14	15	16	17
*EC*1	*A*3	*A*4	*A*2	*A*1	*A*4	*A*2	*A*5	*A*3
*EC*2	*T*5	*T*5	*T*5	*T*5	*T*5	*T*5	*T*4	*T*4
*EC*3	*S*1	*S*1	*S*1	*S*1	*S*1	*S*1	*S*2	*S*3
*EC*4	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1

№ пр	18	19	20	21	22	23	24	25
*EC*1	*A*4	*A*4	*A*4	*A*2	*A*2	*A*5	*A*5	*A*5
*EC*2	*T*4	*T*4	*T*6	*T*6	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2
*EC*3	*S*2	*S*2	*S*2	*S*1	*S*2	*S*2	*S*3	*S*2
*EC*4	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*2	*M*2

№ пр.	26	27	28	29	30	31	32	33
*EC*1	*A*5	*A*5	*A*6	*A*6	*A*6	*A*2	*A*6	*A*6
*EC*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2
*EC*3	*S*2	*S*1	*S*1	*S*2	*S*3	*S*2	*S*1	*S*1
*EC*4	*M*2	*M*2	*M*2	*M*3	*M*4	*M*1	*M*1	*M*1

№ пр	34	35	36	37	38	39	40	41
*EC*1	*A*2	*A*2	*A*2	*A*4	*A*3	*A*3	*A*4	*A*4
*EC*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2
*EC*3	*S*3	*S*1	*S*3	*S*1	*S*1	*S*3	*S*3	*S*3
*EC*4	*M*2	*M*3	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*1	*M*2

№ пр	42	43	44	45	46	47	48	49
*EC*1	*A*3	*A*6	*A*4	*A*1	*A*4	*A*4	*A*1	*A*3
*EC*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*2	*T*1	*T*3
*EC*3	*S*3	*S*2	*S*3	*S*3	*S*3	*S*2	*S*1	*S*2
*EC*4	*M*2	*M*2	*M*2	*M*2	*M*2	*M*1	*M*3	*M*3

№ пр.	50	51	52
*EC*1	*A*5	*A*3	*A*6
*EC*2	*T*5	*T*3	*T*6
*EC*3	*S*1	*S*3	*S*2
*EC*4	*M*3	*M*5	*M*4

Табл. 2. Вагові коефіцієнти важливості для вибраних критеріїв

Критерії/ ОПР	C1	C2	C3	C4
*D*1	F	VI	I	UI
*D*2	I	I	VI	F
*D*3	F	I	VI	I
Нормовані вагові коефіцієнти	Wн1	Wн2	Wн3	Wн4

Особи, що приймають рішення, оцінюють якість кожного проекту у порівнянні із кожним критерієм вибору за допомогою лінгвістичних рейтингових змінних, наприклад, у відповідності із наступною шкалою: S=$\{EG$, *VG, G, M, P, VP, EP*}. Характеристики розглянутого підходу до вибору проектів для фінансування в умовах обмеженого бюджету можна покращити за рахунок більш строгого підходу до вибору функцій належності, а також врахування інших факторів, що впливають на вибір, наприклад, соціально-політичних.

Висновки

Запропонований метод розв’язку задачі розподілу ресурсів між проектами або вибору проектів для фінансування грунтується на використання результатів теорії нечітких множин та цілочислового математичного програмування. Такий підхід відрізняється від відомих тим, що дає можливість врахувати суб’єктивні оцінки експертів та об’єктивні (фактичні) обмеження на фонди, що спрямовуються на реалізацію проектів. Застосування нечітких змінних дозволяє визначити індекси значимості проектів, які використані для оптимізації процесу розподілу ресурсів – максимізації ІЗП. Лінгвістичні змінні визначені за допомогою трикутних функцій належності, які є досить простими з точки зору формування та подальшого використання. Однак, в подальшому необхідно дослідити можливості застосування функцій іншого типу, наприклад, гаусових функцій, а також формалізувати процес вибору параметрів ФП.

Перелік посилань

1. Дж. Моудер Исследование операций. – Методологические основы и математические методы / Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби. – Москва: Мир, 1981, том 1. – 712 с.
2. Згуровский М.З Системный анализ – проблемы, методология, приложения / Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. – Киев: Наукова думка, 2005. – 744 с.
3. Крыжова К.А. Средства анализа обстановки и принятия решений в системе бизнес-процессов / Крыжова К.А. // Матеріали шостої міжнародної науково-практичної конференції з програмування УкрПРОГ’2008. №2-3, Спеціальний випуск.
4. Теленик С.Ф. Управління доступом до обмежених ресурсів інформаційно-телекомунікаційної мережі АСУ військового призначення / Теленик С.Ф., Ролік О.І., Букасов М.М., Терещенко П.І. // Зб. наук. праць ЦНДІ Збройних Сил України. – 2006. – №3. – С.33-43.
5. Теленик С.Ф. Моделі управління розподілом обмежених ресурсів в інформаційно-телекомунікаційній мережі АСУ / Теленик С.Ф., Ролік О.І., Букасов М.М. // Вісник НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка. – К.: Екотех. – 2006. – №44. – С.234-239.
6. Теленик С.Ф. Система управління інформаційно-телекомунікаційною системою корпоративної АСУ / Теленик С.Ф., Ролік О.І., Букасов М.М., Соколовський Р.Л. // Вісник НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка. – К. – 2006. – №45. – С.112-126.
7. Kaufmann A. Introduction to theory of fuzzy subsets / Kaufmann A. – New York: Academic Press, 1975. – 643 p.
8. Аверкин А.Н. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Аверкин А.Н., Батыршин И.З., Блишун А.Ф., Силов В.Б., Тарасов В.Б. – Москва: Наука, 1986. – 312 с.
9. Бідюк П.І. Системи підтримки прийняття рішень – проектування та реалізація / Бідюк П.І., Щербань Ю.Ю., Щербань В.Ю., Демківський Є.О. – Київ: КНУТД, 2004. – 112 с.