

ПАВЛОВ А.А.,  
МИСЮРА Е.Б.,  
КУТ В.И.,  
ЩЕРБАТЕНКО О.В.,  
МИХАЙЛОВ В.В.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЕРАРХИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Показано, что стандартная постановка задачи нахождения оптимального расписания для реальных организационно-технических объектов не полностью адекватна реальной ситуации. Для адекватного решения задачи предлагается метод анализа иерархий.

It is shown, that standard definition of optimal scheduling problem for real technical objects is not quite appropriate to the real situation. For appropriate decision of the problem the Analytical Hierarchy Process (АНР) is proposed.

В [1-9] описаны комплексы последовательных взаимосвязанных математических моделей, что совместимые с иерархией решений, которые должны быть приняты при иерархическом планировании и управлении сложными организационно-производственными системами, а так же создание на основе разработанной авторами конструктивной теории решения комбинаторных задач, эффективных методов решения одноэтапных задач теории расписания, являющихся основой алгоритмического обеспечения иерархической системы планирования и управления.

В результате разработки создана методология построения иерархических моделей планирования дискретного производства, которая учитывает сетевое представление технологий изготовления изделий, ограниченные ресурсы и направленные на максимизацию дохода предприятия. Разработаны комплексы последовательных взаимосвязанных математических моделей иерархического планирования и управления рабочим цехом, планирование производства «на заказ», планирование производств мелкосерийного типа; иерархического планирования производств по изготовлению партий, планирование и управление проектами.

В результате получена система новых высокоэффективных взаимосвязанных алгоритмов, которые впервые разрешили решать задачу планирования и управления дискретным производством общего вида с ограниченными ресурсами в комплексе, по критериям:

а) минимизация общего взвешенного момента окончания выполнения заданий при

отношении порядка, заданного ориентированным ациклическим графом;

б) минимизация общего взвешенного момента окончания выполнения заданий при отношении порядка, заданного ориентированным ациклическим графом, при условии, что известны моменты поступления всех заданий на выполнение;

в) минимизация общего опережения и задержки выполнения заданий относительно директивных сроков (планирование точно в срок);

г) минимизация общего штрафа производства за опережение или задержку выполнения заданий относительно директивных сроков;

д) минимизация общей задержки выполнения заданий относительно директивных сроков;

е) минимизация общей взвешенной задержки выполнения заданий относительно директивных сроков;

ж) минимизация общего времени выполнения всех заданий проекта и их комбинаций при различных ограничениях.

Однако при оценке качества полученных расписаний и прогнозировании возможных результатов ЛПР (лицо принимающее решение), обычно сталкивается с сложной системой взаимосвязанных критериев, которые нужно проанализировать [10-21]. Приведем некоторые критерии качества оценки расписаний:

1. Величина максимальной задержки относительно директивного срока; [10,11]

2. Величина максимального опережения относительно директивного срока [12,16];

3. Величина максимального отклонения относительно директивного срока [12];
  4. Величина числа работ, которые задерживаются [10];
  5. Величина суммарной задержки относительно директивного срока [12,14];
  6. Величина суммарного опережения относительно директивного срока;
  7. Величина суммарного опережения и задержки относительно директивного срока [12];
  8. Величина максимальной взвешенной задержки относительно директивного срока;
  9. Величина максимального взвешенного опережения относительно директивного срока;
  10. Величина максимального взвешенного отклонения относительно директивного срока;
  11. Величина взвешенного числа работ, которые задерживаются [11,12];
  12. Величина суммарной взвешенной задержки относительно директивного срока [11,12];
  13. Величина суммарного взвешенного опережения относительно директивного срока [16];
  14. Величина суммарного взвешенного опережения и задержки относительно директивного срока [11,12];
  15. Величина значения общего директивного срока [12];
  16. Величина соответствия требованиям выполнения всех заданий до их крайних сроков [12];
  17. Величина общего времени завершения работ и максимальной стоимости [20];
  18. Величина суммарного взвешенного времени окончания выполнения работ [11];
  19. Величина взвешенной задержки и сверхнормативных затрат одного ресурса [18];
  20. Величина взвешенной задержки, сверхнормативных затрат и затрат на задержку поставок;
  21. Числа перенастроек оборудования [19];
  22. Величина максимальной длительности прохождения заданий в системе [20];
  23. Величина суммарного взвешенного позднего времени выполнения  $V_i(\sigma)$  (позднее время – количество времени, когда работа выполняется после директивного срока:  $\omega_i V_i = \omega_i \min \{T_i, p_i\}$ ) [22].
  24. Величина средней продолжительности прохождения заданий;
  25. Величина среднего времени окончательного освобождения оборудования;
  26. Величина максимального времени окончательного освобождения оборудования;
  27. Величина продолжительности ожидания заданий в системе;
  28. Величина среднего времени нахождения работ в системе;
  29. Соответствия свойствам не задерживающих расписаний;
  30. Соответствие свойствам компактных расписаний;
  31. Величина максимальной стоимости выполнения множества заданий;
  32. Величина суммарной стоимости (затрат на производство);
  33. Величина дохода;
  34. Оценка загрузки оборудования;
  35. Величина простаивания оборудования;
  36. Величина сокращения производственного цикла;
  37. Эффективное использование оборудования (экономия энергоресурсов);
  38. Величина выполнения заданий точно в срок [12];
  39. Отношение длительности нахождения задания в системе к продолжительности его критического пути;
  40. Отношение суммарного времени выполнения всех заданий в системе к критическому пути выполнения всех заданий.
- Как правило на практике реальное расписание должно оцениваться не по одному критерию, а по всему множеству критериев и таким образом, окончательное определение расписания на практике является задачей многокритериального выбора: каждому из семи расписаний, реализующему задачу оптимального планирования и управления дискретным производством по одному из приведенных выше семи критериев оптимизации, на самом деле соответствует значение неизвестной функции качества расписания аргументами которой являются десятки (нами приведены 47) критериев. В такой постановке для выбора «наилучшего» расписания естественно применить метод иерархий Саати [23]. В простейшем виде его реализация приводит к следующей процедуре. Эксперту (экспертам) предлагается сравнить попарно получение расписания. Результаты сравнения заносятся в так называемую эмпирическую матрицу парных сравнений.
- По элементам матрицы парных сравнений находятся веса расписаний, выбирается то

расписание, которому соответствует наибольший вес. Существует достаточно большое количество методов нахождения весов по эмпирической матрице парных сравнений [24]. С точки зрения авторов для нахождения точечных оценок весов наиболее перспективным является подход изложенный в [25–27], суть которого заключается в следующем: формулируются и обосновываются модели оптимизации. Оптимальному решению каждой из них соответствует вариант оценок весов. Далее предлагается многокритериальная процедура выбора наилучших оценок весов [27].

### Выводы

В статье показано, что стандартная постановка задачи планирования и управления дискретным производством – нахождения расписания оптимального по некоторому критерию при всей своей сложности реализации в целом не полностью соответствует решению реальной задачи планирования и управления. Подход к решению задачи планирования и управления дискретным производством органически объединить с моделями принятия решений на основе модифицированного метода анализа иерархий Саати.

### Список литературы

1. Створення математичних моделей та методів автоматизованого ієрархічного планування в складних організаційно – виробничих системах // Звіт про НДР №2977 – ф (заключний) – УДК 519.854, КВНТД 1.1 01.01.10.№держреєстрації 0106U002391. – Київ: КПІ. – 2007. – 253с.
2. Требования к созданию систем производственного планирования и управления сложными объектами, имеющими сетевое представление технологических процессов и ограниченные ресурсы / А.А. Павлов, Е.Б. Мисюра, О.В. Мельников, О.В. Щербатенко, В.В. Михайлов // Вісник НТУУ «КПІ». Інформатика управління та обчислювальна техніка. К.: «ВЕК+», 2007. – №46. – С. 3-12
3. Павлов О.А., Мисюра О.Б., Халус О.А. Підвищення ефективності алгоритмічного забезпечення ієрархічної автоматизованої системи планування та управління проектами за рахунок точного розв'язання задачі мінімізації сумарного запізнення виконання завдань / Автоматизированные системы управления и приборы автоматики: Всеукраинский межведомств. науч.-техн. сбор.– Харьков: ХНУР, 2007.– Вып.138.– С.15-17
4. Общая модель и методы иерархического планирования функционирования сложных организационно-производственных систем с ограниченными ресурсами / А.А. Павлов, Е.Б. Мисюра, О.В.Мельников, Сераржи Али Рухани // Системні дослідження та інформаційні технології.– 2005.– №4.– С.7-24
5. Павлов А.А., Теленик С.Ф. Информационные технологии и алгоритмизация в управлении.– К.: Техника.– 2002.– 344 с., ISBN№966-575-045-3.
6. Павлов О.А., Аксьонова Л.О. "Мінімізація сумарного зваженого моменту закінчення робіт" як перший рівень моделі дрібносерійного виробництва та способи її розв'язання // Системні дослідження та інформаційні технології.– 2002.– №1.– С.119-130
7. Павлов О.А., Мисюра О.Б., Мельников О.В. Загальна схема розв'язання задач в багаторівневій системі планування дрібносерійного виробництва в умовах ринку / Вісник НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка. К.: «ВЕК+», 2000.– №33.– С.27-33
8. Павлов О.А., Мисюра О.Б., Мельников О.В., Вакуленко О.С. Багаторівнева система планування дрібносерійного виробництва в умовах ринку.– «Автоматика-98».– п'ята українська конференція з автоматичного управління, ч.ІІ, К.: НТУУ «КПІ», 1998.– ст. 182-186
9. Организационная модель планирования мелкосерийного производства в условиях рынка. / А.А.Павлов, Е.Б.Мисюра, О.В.Мельников, Алауи Исмаили Юнес // Проблемы информатизации и управления: Сб.науч.тр.– К.: КМУГА, 1997.– С.3-5
10. Chen C-L; Bulfin R.L. Scheduling a single machine to minimize two criteria: maximum tardiness and number of tardy jobs / IIE Transactions – Sept. 1994
11. Handbook of Combinatorial Optimization, D.–Z. Du and P.M. Pardalos (Eds.), Kluwer Academic Publishers, 1998
12. Finke G., Gordon V., Proth J.-M. Scheduling with due dates (Annotated Bibliography of complexity and algorithms). Les cahiers du laboratoire Leibniz #42, 2002
13. Joseph Y-T. Handbook of Scheduling: Algorithms, Models, and Performance Analysis. <http://books.google.com.ua/books?id=ymJTEjPg6CcC>
14. Koulamas C., [1994], The total tardiness problem: review and extensions, Operations research, 42, 6, 1025-1041
15. N.G. Hall (1986) Scheduling problems with generalized due dates, IIE Transactions 18, 220-222

16. Pathumnakula S., Egbelu P.J. Algorithm for minimizing weighted earliness penalty in single-machine problem. *European Journal of Operational Research*. Vol. 161 (3), 2005, P.780-796
17. Azizoglu M., Kondakci S., Köksalan M. Single machine scheduling with maximum earliness and number tardy. *Computers & Industrial Engineering* 45 (2), 2003, P.257-268
18. Yang B., Geunes J., O'Brien W.J. A heuristic approach for minimizing weighted tardiness and overtime costs in single resource scheduling. *Computers & Operations Research* 31 (8), 2004, P.1273-1301
19. Tovey C.A. Non-approximability of precedence-constrained sequencing to minimize setups. *Discrete Applied Mathematics* 134 (1-3), 2004, P.351-360
20. Jain A.S., Meeran S. Deterministic job-shop scheduling: Past, present and future. *European Journal of Operational Research* 113 (1999), P.390-434
21. Jiao J., Zhanga Y., Wang Y. A heuristic genetic algorithm for product portfolio planning. *Computers & Operations Research* 34 (6), 2007, P. 1777-1799
22. Hariri A., Potts C.N., Van Wassenhove L.N. Single Machine Scheduling to Minimize Total Weighted Late Work / *ORSA Journal of Computing* 7 (2), 1995, P.232-242
23. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Tomas Saaty. *The Analytic Hierarchy Process*. – Пер. с англ. Р.Г. Вачнадзе. – М.: Радио и связь, 1993. – 315 с.
24. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. – Киев: Наукова думка. – 2002. – 381 с.
25. А.А. Павлов, Е.И. Лищук, В.И. Кут „Математические модели оптимизации для обоснования и нахождения весов в методе парных сравнений” *Системні дослідження та інформаційні технології*. №2, 2007р.
26. А.А. Павлов, В.И. Кут „Математические модели оптимизации для обоснования и нахождения весов объектов по неоднородным матрицам парных сравнений” *Системні дослідження та інформаційні технології*. №3, 2007р.
27. А.А. Павлов, Е.И. Лищук, В.И. Кут „Многокритериальный выбор в задаче обработки данных матрицы парных сравнений”. *Вісник НТУУ „КПІ”. Інформатика, управління та обчислювальна техніка*. №46, 2008р.