УДК 004.942

ТОМАШЕВСЬКИЙ В.М.,
ДМИТРИК І.М.

АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ НАВЧАННЯ ТА КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

У статті розглянуто процеси навчання й научіння у формально-психологічному аспекті через можливість побудови математичної моделі. Проведено аналіз методів і моделей статистичної теорії навчання, теорії стохастичних процесів, які використовуються при обробці результатів контролю та прогнозуванні й плануванні навчання.

Educatory and learning processes were studied in psychological aspect in the article, which gives a possibility to make a mathematical model. Analysis of methods and models of statistics educational theory was also made, as well as theory of stochastic processes, which are used during processing of results of control and education planning, was studied.

Вступ

Проблеми моделювання і розробка моделей їх користувачів (студентів), що є ключовими в навчальному процесі з використанням локальних комп'ютерів і комп'ютерних мереж, особливо актуальні в умовах бурхливого розвитку дистанційної освіти. Більшість з цих систем не враховує індивідуальні особливості тих, кого навчають, проте саме когнітивні можливості вирішальним чином часто впливають на успішність навчання. Для ефективного розв'язання основних проблем навчання необхідні теорії, які пояснюють, як знання представлені у пам'яті, яким чином зі структур знань вилучається необхідна інформація, як до цих структур додається нова інформація, а також, яким чином ця система здійснює розширення структур знань шляхом процесів саморозвитку. Процеси навчання й научіння розглядаються в різних аспектах: біологічному, фізіологічному, психологічному, філософському й ін. Основна увага приділяється формально-психологічному аспекту, тому що саме він дає можливість побудувати математичні моделі, які необхідно використовувати при побудові адаптивних навчальних систем.

Аналіз останніх досліджень

Вагомий внесок у розвиток досліджень у цьому напрямі здійснили Андерсон і Бауер, Ньюелл і Саймон, Ліндсей і Норман, Румелхарт, Шенк тощо. Існує багато робіт і вітчизняних авторів – П.І. Зінченко, Л.С. Виготський, А.М. Леонтьєв, В.Я. Ляудіс, П.П. Булонський, А.Р. Лурія, А.А. Смірнов, О.П. Свиридов, Л.А. Растригін й ін.

Формулювання цілей статті

Завданням даної статті є розглянути методи теорії стохастичних процесів, які використовуються при обробці результатів контролю та прогнозуванні навчання, а також методи та моделі статистичної теорії навчання.

Основний матеріал дослідження

Уперше систематичними науковими дослідженнями проблем научіння та навчання сто років тому займалися психологи Еббінгауз і Торндайк. У психології научіння визначають як засвоєння студентами певної системи знань, умінь, навичок. Цей процес припускає зміни зовнішньої (фізичної) і внутрішньої (психічної) діяльності (або поведінки) студента відповідно до мети цієї діяльності (або поведінки). Діяльність людини, спрямовану на учіння, що має своєю прямою метою научіння, називають навчанням. Навчання в психології визначається як процес стимуляції й управління зовнішньою й внутрішньою активністю студента, у результаті якої у нього формуються певні знання, навички й уміння. Причому стимуляція – це вплив, який викликає певну відповідну активність студента, а управління – це вплив, який направляє активність студента таким чином, щоб у результаті досягалася певна, заздалегідь поставлена мета.

Винятково важливу роль у вивченні процесів научіння й навчання відіграє дослідження пам'яті. Пам'ять є одним з найважливіших психічних процесів, що реалізує засвоєння знань. Початок експериментальних досліджень пам'яті пов'язаний з дослідами Г. Еббінгауза. Він перший розробив кількісні методи дослідження запам'ятовування й забування. Еббінгаузом побудована крива зміни об'єму пам'яті в залежності від часу, що пройшов після запам'ятовування, тобто крива часу забування (рис. 1). Цю криву називають кривою забування або зберігання. Вона виражає об'єм пам'яті через різні проміжки часу у «відсотках заощадження». При цьому під об'ємом пам'яті (короткочасної) розуміється найбільше число одиниць матеріалу, який запам'ятовується і може бути відразу відтворений при одному повторенні. Що стосується довгострокової пам'яті, то вимірюють число повторень, необхідних для запам'ятовування й безпомилкового відтворення наданого для запам'ятовування матеріалу. Об'єм пам'яті визначають як відношення числа символів, що запам'ятовуються, до числа повторень. При цьому крива Еббінгауза – це об'єм пам'яті як функція часу. Описується вона наступним виразом:

$$b = \frac{100k}{(\log t)^c + k},$$

де b – процент утримуваного в пам'яті матеріалу в момент експерименту (або контролю) або об'єм пам'яті у «відсотках зберігання»; t – час з моменту повного оволодіння матеріалом у годинах; c і k – константи, отримані методом найменших квадратів на основі експериментальних даних, описаних у роботі [1].

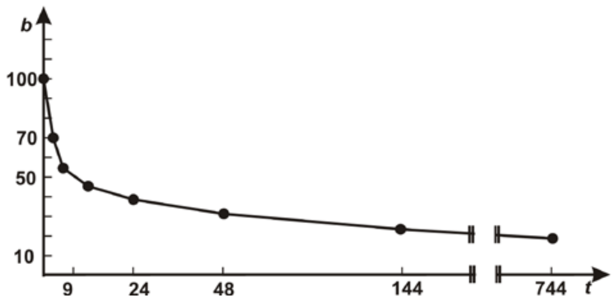

Рис. 1. Крива Еббінгауза

Аналогічні криві забування були отримані Радоссавлевичем, Фінкенбиндером, Пьєроном, Лу та Бореасом, які також проводили досліди в цьому напрямку. Проте існують деякі розбіжності відносно швидкості та величини першочергового спаду кривої, які пояснюються відмінностями в умовах експерименту, матеріалі, який запам'ятовується, й індивідуальних особливостях піддослідних.

О. Щукаревим було виведено рівняння, яке лише інтерпретує наявні дані та не спирається на конкретну теорію:

$$y = a - be^{cn},$$

де y – засвоювання, яке визначається як число правильних відтворень (успіхів) за одиницю часу; n – число випробувань; a – границя засвоювання при $n \to \infty$; b і c – константи.

Робертсоном Т. було запропоновано рівняння, отримане за аналогією з мономолекулярною автокаталітичною реакцією:

$$y = \frac{be^{\lambda n}}{c + e^{\lambda n}},$$

де y – засвоювання; n – число випробувань; A = a b; a і c – константи (параметри користувача); b – границя засвоювання при $n \to \infty$.

Л. Терстоун запропонував наступний так званий гіперболічний закон навчання:

$$y = \frac{a(n+c)}{(n+c)+b},$$

де y – засвоювання; n – число випробувань; a і c – константи; b – швидкість засвоювання.

К. Халл увів змінну «сила навички», що виражається формулою:

$$H_R{}^S = M(1 - e^{-bn}),$$

де $H_R{}^S$ – «сила навички», або асоціативна змінна, яка пов'язує стимул і реакцію; M – асимптотичне значення «сили навички»; b – параметр, який виражає швидкість научіння; n – число навчальних дослідів (або спроб з підкріпленням). Модель Халла дозволяє передбачати результати, які отримані при навчанні парним асоціаціям.

Р. Буш і Ф. Мостеллер розглядали навчання як стохастичний процес, вважаючи основною змінною ймовірність відповіді або реакції. Базуючись на тому, що процес научіння є марківським, вони побудували так звані стохастичні моделі навчання. Приблизно у той же час В. Естес, К. Берк, Дж. Міллер, У. Мак-Гілл й інші розроблювали подібні стохастичні моделі, які отримали назву «лінійні моделі навчання». При побудові даних моделей вводиться ймовірність p_n того, що студент у n-ому випробуванні дасть відповідь A_1. Альтернативною є відповідь A_2. Відповідно ймовірність того, що студент у n-ому випробуванні дасть відповідь A_2, дорівнює $1 - p_n$. У кожному випробуванні студент дає відповідь, отримуючи при цьому якесь підкріплення, наприклад, дізнається про правильну відповідь [2]. У залежності від підкріплюваної події E_j у n-му випробуванні змінюється ймовірність відповіді в $n+1$-ому випробуванні:

$$p_{n+1} = a_j p_n + b_j,$$

де параметри a_j і b_j збільшують або зменшують ймовірність відповіді. Ці параметри залежать від того, чи підкріплює подія E_j відповідь

A_1 або A_2. Так, у моделі Буша-Мостеллера для випадку двох альтернатив вводяться оператори:

$$p_{n+1} = \begin{cases} \alpha_1 p_n + (1-\alpha_1)\lambda_1 \ \textit{у випадку відповіді } A_1; \\ \alpha_2 p_n + (1-\alpha_2)\lambda_2 \ \textit{у випадку відповіді } A_2, \end{cases}$$

де λ_1, λ_2 $(0 \le \lambda_1, \lambda_2 \le 1)$ – непорушні точки, тобто якщо $p_n = \lambda_i (i = 1,2)$, то $p_{n+1} = p_n$.

В. Естесом була побудована стохастична модель для задачі навчання парним асоціаціям. Упродовж кожного досліду студенту пред'являвся деякий збуджуючий образ (стимул) і вказувалось його правильне найменування. Таке сполучення збудження та правильної відповіді у психології називають підкріпленням. Під час перевірочного досліду надавався тільки збуджуючий образ, на який студент повинен дати правильну відповідь. При цьому вводилась наступна формалізація. Припустимо $E_1, E_2, ..., E_N$ – елементи збудження, $A_1, A_2, ..., A_R$ – альтернативні відповіді, $p_{ij,n}$ – ймовірність того, що елемент збудження E_i під час n-го досліду викличе відповідь A_j. Тоді процес набування навички описується наступною функцією:

$$p_{ij,n+1} = p_{ij,n} + c(1 - p_{ij,n}),$$

де c – константа $(0 < c < 1)$.

Описані вище моделі Халла і Терстоуна у роботі Буша і Мостеллера інтерпретуються в термінах стохастичних моделей. Так, модель Халла приймає вигляд:

$$p_{n+1} = p_n + (1-\alpha)(1-p_n),$$

де p_n – ймовірність набуття навички (або правильної відповіді) у n-му досліді; $\alpha (0 < \alpha < 1)$ – константа.

Порівнюючи дану модель з моделлю Естеса, можна помітити, що вона є окремим випадком моделі Естеса [3].

У моделі Терстоуна величина y інтерпретується як ймовірність набуття навички p_n, яка дорівнює 0 при $n = 1$ і прямує до 1 при $n \to \infty$. Рівняння Терстоуна набуває вигляд:

$$p_n = \frac{n-1}{n-1+b},$$

де b – швидкість научіння.

У моделі Рестла ймовірність змінюється за наступним правилом:

$$p_n = 1 - \frac{(1-\theta)^{n-1}}{\theta + (1-\theta)^n},$$

де θ – константа.

Кричевський висунув гіпотезу про те, що після початкового періоду навчання виникає «раптова» навченість, яка лежить в основі так званої теорії «стрибків». Вводиться випадкова величина x_n:

$$x_n = \begin{cases} 1, \textit{ якщо у } n-\textit{ому випробуванні має} \\ \textit{місце подія } A_1, \\ 0, \textit{ якщо у } n-\textit{ому випробуванні має} \\ \textit{місце подія } A_2. \end{cases}$$

Тоді $p_n = P\{x_n = 1\}$ – ймовірність події A_1, $q_n = P\{x_n = 0\} = 1 - p_n$. Припустимо, що студент на початку досліду знаходився у деякому стані S_1, а потім після деякого досліду n_i переходить у стан S_2 і залишається у ньому до кінця експерименту. У цьому випадку ймовірність p_n має вигляд

$$p_n = \begin{cases} p, \textit{ якщо студент в } n-\textit{ому випробуванні} \\ \textit{знаходиться у стані } S_1; \\ 1, \textit{ якщо студент в } n-\textit{ому випробуванні} \\ \textit{знаходиться у стані } S_2. \end{cases}$$

Крім того, вводиться ймовірність переходу зі стану S_1 у стан S_2 на n-му випробуванні:

$$P\{S_2 | S_1 \ \textit{при } n-1\} = \beta,$$

де β – деякий параметр, $0 \le \beta \le 1$.

Підхід Кричевського можна застосувати при моделюванні динаміки вивчення навчального курсу, причому з використанням мереж Петрі. Тоді позиція відповідатиме деякому стану процесу навчання, мітка зіставлятиметься тому, кого навчають, перехід асоціюватиметься з вивченням деякої теми або окремого модулю (рис. 2). Використання моделі мережі Петрі дозволить створити індивідуальний сценарій навчання для студента.

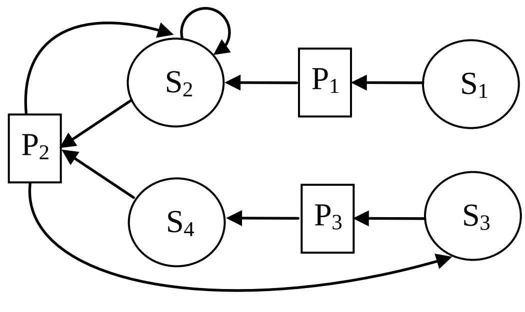

Рис. 2. Мережа Петрі

Подальший розвиток подібні моделі навчання набули у роботі Р. Аткінсона, Г. Бауера, Е. Кротерса.

Так, вищенаведені автори вважали, що співвідношення між стимулами та відповідями є результатом двох процесів: сенсорного процесу та процесу прийняття рішень. Їх модель може бути використана при аналізі експериментальних ситуацій, у яких застосовується проста структура відповідей, і в кожній спробі піддослідному надається обернений зв'язок, що містить інформацію про правильність його відповідей [4].

На основі проведених досліджень було розроблене наступне рівняння, яке може бути моделлю процесу навчання:

$$P(t,i) = A(i) - B(i)\exp[-tC(i)].$$

Вищенаведена формула прогнозує ймовірність виконання P стандартизованого тесту студентами i як функцію часу t, витраченого на взаємодію з системою навчання з ЕОМ впродовж навчального року. Параметри $A(i)$, $B(i)$ і $C(i)$ характеризують студента i та є різними для різних студентів [5] і можуть бути отримані шляхом накопичення статистики в процесі роботи системи навчання.

Серед досліджень в області статистичної теорії навчання та контролю знань найбільш відомі роботи О.П. Свиридова, у яких вивчається статистична динаміка знань, встановлюється зв'язок між потоком навчального матеріалу, його засвоюванням і забуванням.

Нехай у момент часу $t = 0$ навчальна інформація сприйнята студентом, а при $t > 0$ йому задається запитання за цим матеріалом. Якщо у момент $t = \tau$ студент дає неправильну відповідь на це запитання, то τ – відповідно час забування. Припускається, що час τ неперервна випадкова величина з функцією розподілу

$$P(t) = 1 - e^{-\lambda t},$$

де λ – інтенсивність забування [1/с]. Середній час забування дорівнює $1/\lambda$ [с].

Для опису процесу забування використовуються також розподіл Вейбулла, Ерланга і гамма-розподіл.

Розподіл Вейбулла визначається формулою:

$$Q(t) = 1 - \exp\left(-\frac{\lambda t^{a+1}}{a+1}\right).$$

Існують номограми для визначення значень розподілу Вейбулла.

Розподіл Ерланга полягає в наступному:

$$Q(t) = 1 - \sum_{r=0}^{a-1} \frac{(\lambda t)^r}{r!} e^{-\lambda t},$$

де a – додатне ціле число. Можна помітити, що експоненціальний розподіл є частинним випадком розподілу Ерланга (при a = 1).

Узагальнення розподілу Ерланга можна отримати, якщо вважати, що параметр a може приймати будь-яке додатне значення. При цьому щільність розподілу має вигляд:

$$q(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{a-1}}{\Gamma(a)} e^{-\lambda t}.$$

Необхідно зауважити, що інтенсивність забування для експоненціального розподілу постійна, для гамма-розподілу і розподілу Вейбулла при $a > 1$ інтенсивність $\lambda(t)$ збільшується [6].

Б.А. Смірнов досліджував довготривалість зберігання інформації. При цьому ймовірність правильної відповіді при відстроченому на час τ відтворенні визначається за формулою

$$P_\tau = P_0 e^{-\gamma\tau},$$

де P_0 – та ж ймовірність при негайному відтворенні, γ – швидкість забування інформації, яка визначається за методом найменших квадратів.

У роботі О.Ф. Шленського і Б.В. Боде досліджуються процеси накопичення та забування інформації та робиться спроба їх математичного виразу. Нехай $\Delta\tau$ –довготривалість окремого періоду часу надходження інформації, i_0 – середня швидкість сприйняття інформації студентом (в одиницях інформації за секунду). Через те, що в «кодуючому приладі мозку» внаслідок втрати частини інформації надходить деяка її частина $0 < \sigma < 1$, кількість інформації, сприйнятої студентом за час $\Delta\tau$, визначається як $\Delta J = \sigma i_0 \Delta\tau$, а сумарна кількість накопиченої інформації $J = \sum^{n} \Delta J$, де n – загальне число періодів $\Delta\tau$. Однак, через те, що відбувається втрата інформації в результаті її забування, вводиться деяка поправка, яка враховує розсіювання набутої у момент τ порції інформації до моменту часу t, як функція $K(t-\tau)$. Параметри даної функції і параметр σ залежать від індивідуальних особливостей студента. Із врахуванням процесу забування зміна кількості інформації в залежності від часу t виражається у вигляді [7]:

$$J = \sum^{n} K(t-\tau)\sigma i_0 \Delta\tau \ .$$

Далі розглянемо моделі відновлення знань.

При миттєвому відновленні знань, коли часом вивчення або повторення навчального матеріалу можна зневажити в порівнянні з часом забування, момент часу забування *n*-го запитання математично описується наступним чином:

$$t_n = \sum_{j=1}^{n} \tau_j \ ,$$

тобто після вивчення *i*-го питання в момент часу t =0 студент дає на нього правильну відповідь. Але через час τ_1 він його забуває. У цей момент миттєво відбувається відновлення знань студента. Однак через якийсь час τ_2 студент знову забуває запитання. Цей процес може тривати багаторазово.

Якщо відновлення знань за забутим запитанням відбувається миттєво, то моменти забування або відновлення знань t_1, t_2, ..., t_n утворюють потік $П_{1i}$ навчального матеріалу за *i*-м запитанням.

У загальному випадку інтервали часу τ_j, j = 1,2,... є випадковими величинами, тому відповідний потік також є випадковим, який можна охарактеризувати функцією розподілу у вигляді:

$$F(z_{1,} z_2 ,..., z_j) = P\{\tau_1 < z_1, \tau_2 < z_2 ,..., \tau_j < z_j ,\}.$$

Якщо інтервали часу t надання навчального матеріалу розподілені за експоненціальним законом з функцією розподілу $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$, то потік називається найпростішим або стаціонарним пуассонівським потоком.

Процес забування і відновлення з кінцевим часом відновлення знань за *n*-м запитанням (відновлення знань співвідносно з часом забування) можна представити у вигляді інтервалів, що чергуються, через забування або збереження (*стан* E_0) і відновлення знань (*стан* E_1). У момент часу $t = t_0^{1i}$ відповідно до навчальної програми починається вивчення навчального матеріалу деякого питання. Для цього потрібен час φ_1. Потім починається забування даного питання. Тривалість цього проміжку часу дорівнює τ_1. Для повторного відновлення знань з даного питання студенту потрібен час φ_2. Моменти часу

$$t_n^{1i} = \varphi_1 + \tau_1 + \varphi_2 + \tau_2 + ... + \tau_{n+1} + \varphi_n + \tau_n ,$$

$$t_n^{2i} = \varphi_1 + \tau_1 + \varphi_2 + \tau_2 + ... + \tau_{n-1} + \varphi_n , n = 1,2,...$$

називаються відповідно моментами забування й відновлення знань. Час відновлення забутого навчального матеріалу менший за час початкового вивчення, але ця різниця невелика.

Якщо функція розподілу часу відновлення знань дорівнює

$$G(t) = 1 - e^{-\mu} , \mu > 0, t \geq 0 ,$$

відновлення знань називають кспоненціальним. При цьому математичне сподівання й дисперсія часу відновлення знань визначаються наступними формулами:

$$M\{\varphi\} = T_{вос.} = \frac{1}{\mu}, D\{\varphi\} = \frac{1}{\mu^2}$$

Особливість експоненціального відновлення знань полягає в тому, що якщо в момент часу t студент зайнятий відновленням знань, то розподіл часу відновлення, що залишився, буде експоненціальним з тим же параметром μ.

Як приклад використання експоненціального розподілу часу відновлення знань, можна розглянути варіант процесу навчання, коли студенту надається спочатку інформаційно-довідковий матеріал, а потім пропонується кілька вправ з відповідними поясненнями. При такій організації навчання ймовірність засвоєння знань або умінь підвищується зі зростанням числа вправ.

У статистичній теорії навчання розглядаються стандартизовані методи контролю знань, сутність яких полягає в тому, що студенту пропонується вибірка спеціальних завдань і за відповідями на неї робиться висновок про його знання, розумовий розвиток або здібності. Стандартизовані методи мають наступні позитивні властивості: скорочення часу контролю; стандартизованість проведення перевірки й аналізу результатів; можливість подання результатів перевірки в числовій формі; можливість математичної обробки результатів перевірки. До недоліків стандартизованого контролю знань можна віднести наступні: стандартизовані методи не завжди враховують індивідуальні особливості студентів; при використанні стандартизованих методів до уваги береться кінцевий результат розв'язання завдання й не враховується спосіб розв'язання.

Висновки та перспективи подальших досліджень

На сьогодні розроблена велика кількість різних підходів до моделювання процесу навчання. Однак відсутня уніфікована й інтегрована модель процесу навчання, яка б враховувала індивідуальні особливості студентів і адаптувала форми та методи подання знань у залежності від їх когнітивних можливостей, створюючи при цьому індивідуальні стратегії навчання. Тому подальші дослідження спрямовані на розробку моделей компонентів навчальної адаптивної системи, у якій індивідуальні особливості користувачів враховуватимемо наступним чином:

1. Для дослідження процесів запам'ятовування та забування обрано експоненціальну залежність, у якій зміна ймовірностей незнання елементів вивченого матеріалу залежить від швидкостей їх забування, які, у свою чергу, визначаються індивідуальними особливостями пам'яті студента, і часу забування вивчених елементів після їх заучування. В подальшому здійснюється накопичення статистичного матеріалу для уточнення функції розподілу швидкості забування.
2. При вивченні окремих блоків (порцій) теоретичного матеріалу здійснюється перевірка знань студента і будуються прогнозні «криві забування».
3. На основі прогнозних «кривих забування» та моделей відновлення знань здійснюється адаптація системи подачі нового матеріалу та блоків повторення забутого матеріалу і створюється індивідуальний сценарій навчання студента.

Перелік посилань

1. Растригин Л.А., Эренштейн М.Х. Адаптивное обучение с моделью обучаемого. – Рига: Зинатне, 1988. – 160 С.
2. Буш Р., Мостеллер Ф. Стохастические модели обучаемости. – М.: Физматгиз, 1962. – 484 С.
3. Растригин Л.А., Эренштейн М.Х. Адаптивное обучение с моделью обучаемого. – Рига: Зинатне, 1988. – 160 С.
4. Аткинсон Р., Бауэр Г., Кротерс З. Введение в математическую теорию обучения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1969. – 486 С.
5. Аткинсон Р. Человеческая память и процесс обучения. – М.: Прогресс, 1980. – 542 С.
6. Свиридов А.П. Введение в статистическую теорию обучения и контроля знаний. Ч. 2. Элементы статистической динамики знаний. – М., 1974. – 152 С.
7. Смирнов Б.А. Определение характеристик оперативной памяти // Психологические механизмы памяти и ее закономерности в процессе обучения: Материалы I Всесоюз. Сипмоз. По психологии памяти. – Харьков, 1970. – С.225-228.