УДК 519.854.2

ЗГУРОВСКИЙ М.З.,
ПАВЛОВ А.А.,
МИСЮРА Е.Б.,
МЕЛЬНИКОВ О.В.

МЕТОДОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОГО РЕШЕНИЯ МНОГОЭТАПНЫХ ЗАДАЧ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ИЕРАРХИИ И КОМПЛЕКСА ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ

Рассмотрена методология иерархического планирования и управления в системах, имеющих сетевое представление технологических процессов и ограниченные ресурсы.

The methodology of hierarchical planning and control in systems with network representation of technological processes and limited resources is considered.

Общее описание систем, имеющих сетевое представление технологических процессов и ограниченные ресурсы

Постановкам задач планирования и управления сложными системами и методам их решения в последние десятилетия отводится важное внимание со стороны многих исследователей [1]. Несмотря на привлекательные перспективы, лишь некоторые из недавних результатов исследований введены в ежедневную практику. Хотя достижения в исследовании операций и искусственном интеллекте привели к разработке новых методов моделирования и решения задач, однако практическое применение часто требует большего со стороны исследователей – более полных моделей и более эффективных алгоритмов.

Наиболее хорошо изученная область планирования и управления сложными системами – производственное планирование и управление, подходы к которому и полученные результаты также имеют силу для других областей. Наиболее широкое распространение получили производственные системы с сетевым представлением технологических процессов и ограниченными ресурсами: их удельный вес представляет до 80% всех типов производств не только в Украине, но и во всем мире. Такие производства приближаются по сложности к гибким производственным системам [2, 3, 4]. Их особенности значительно усложняют процесс планирования и управления в современных условиях. Эффективное управление предприятиями требует применения современных концепций управления, быстрого реагирования на изменчивую ситуацию, что в свою очередь невозможно без точной и исчерпывающей информации о состоянии производственной, финансовой деятельности и ресурсах предприятия, без налаженных бизнесов-процессов и грамотного управленческого менеджмента.

Основным средством эффективного планирования и управления является применение информационных технологий, удовлетворяющих современным требованиям [5].

Иерархическая модель планирования и управления сложными системами с сетевым представлением технологических процессов и ограниченными ресурсами

Общая постановка задачи планирования. Пусть задано множество n комплексов взаимосвязанных работ $J = \{J_1, J_2, \ldots, J_n\}$ (комплекс работ J_i, $i = \overline{1, n}$, в дальнейшем называется заданием). На каждом подмножестве J_i задан частичный порядок ориентированным ацикличным графом. Частичная упорядоченность очевидным образом определяется технологией выполнения комплекса работ. Каждая следующая работа может начаться только по завершению предыдущих работ. Вершины графа отвечают работам, связи указывают на отношения предшествования. Конечные вершины отвечают завершению выполнения заданий. Для каждой вершины j графа известна l_j – *детерминированная* продолжительность выполнения (интегрированный показатель, отображающий выделенные ресурсы – материальные, человеческие, производственные; длительность выполнения каждого задания определяется его критическим путем), для каждой работы $j^i \in I$ (I – множество конечных вершин) задан вес $\omega_i = \omega_{j^i}$; для отдельных заданий задан директивный срок окончания d_i. Величина веса определяется потенциальной сложностью, важностью и неоднозначностью (для работ, связанных с необходимостью получения нового научного решения) выполнения тех работ, без которых в целом задание не может быть выполнено. Для выполнения работ применяется множество ограниченных ресурсов. Совокупность ресурсов и исполнителей разделено на отдельные, достаточно автономные модули – *мультиресурсы* (мультиресурс – устойчивая группа совместно работающих ресурсов – например, бригада, группа однотипного оборудования, однопрофильное подразделение). Мультиресурсы могут находиться как в одной, так и в разных организациях.

Необходимо построить согласованный план выполнения комплексов работ мультиресурсами и распределение выполнения работ по ресурсам, с учетом критериев оптимальности, указанных ниже, и их комбинаций.

Главная цель планирования в условиях рынка – максимизация прибыли предприятия. Поэтому максимизация прибыли является общим критерием оптимальности для всех уровней модели планирования. Прибыль рассчитывается как планируемый доход от реализации всех изделий (выполнения всех заданий) минус затраты *З* (все издержки), очевидным образом рассчитываемые по оптимальному расписанию. В максимизацию прибыли оптимизация по *З* не входит.

В модели рассматриваются следующие критерии оптимальности и их комбинации.

Задача 1. Максимизация суммарной прибыли предприятия в случае отсутствия директивных сроков.

В обеспечении прибыльности предприятия важное значение играет фактор времени. В выигрыше будет тот, кто обеспечивает максимально быстрое выполнение заказов и сокращение времени выхода на рынок новых товаров. При отсутствии директивных сроков прибыль от реализации i-го изделия (выполнения i-го задания) является функцией времени и равна $P_i(t) = \omega_i(T)\cdot(T - C_i)$, где $\omega_i(T)$ – весовой коэффициент изделия (задания) i, определенный экспериментальным путем; T – плановый период; $C_i \le T$ – момент окончания выполнения изделия (задания) i. Критерий максимизации суммарной прибыли предприятия в этом случае определяется выражением

$$\begin{aligned} F_1 &= \sum_{i=1}^{n} P_i(t) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i(T)\cdot(T - C_i) + P - З = \\ &= T\cdot\sum_{i=1}^{n}\omega_i(T) - \sum_{i=1}^{n}\omega_i(T)\cdot C_i + P - З \to \max, \end{aligned} \quad (1)$$

где P – гарантируемый минимальный доход от продажи (выполнения) всех n изделий (заданий). Таким образом, максимизируемая фукнция имеет вид:

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{n}\omega_i(T)\cdot(T - C_i)\right\} + P - З,$$

отсюда критерий оптимальности:

$$\min\sum_{i=1}^{n}\omega_i(T)\cdot C_i \ \ (\textit{Критерий 1}).$$

Итак, критерий F_1 эквивалентен критерию минимизации суммарного взвешенного момента окончания выполнения заданий (МВМ) при заданном отношении порядка на множестве работ каждого задания.

Задача 2. Максимизация суммарной прибыли предприятия при условии: для всех заданий $i \in I$ введены директивные сроки d_i, которые не могут быть нарушены (планирование «точно в срок»):

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{n}\omega_i U_i\right\} - З, \quad \text{где } U_i = \begin{cases}1, C_i = d_i\\ 0, C_i \ne d_i\end{cases},$$

ω_i – доход от выполнения i-го задания, если оно выполнено точно в срок. Критерий оптимальности: $\max\left\{\sum_{i=1}^{n}\omega_i U_i\right\}$ (*Критерий 2*);

Задача 3. Максимизация суммарной прибыли предприятия при условии: для некоторых заданий $i \in \overline{1,k}$ заданы директивные сроки, которые не могут быть нарушены, для остальных заданий $d_i = 0$:

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{k}\omega_i U_i + \sum_{i=k+1}^{n}\omega_i(T)\cdot(T - C_i)\right\} + P - З,$$

где $U_i = \begin{cases}1, C_i = d_i\\ 0, C_i \ne d_i\end{cases}$, P – гарантируемый минимальный доход от продажи (выполнения) изделий (заданий) $i = \overline{k+1, n}$; ω_i – доход от выполнения i-го задания, если оно выполнено точно в срок; $\omega_i(T)$ – весовой коэффициент задания i (имеет тот же смысл, что и в задаче 1). Критерий оптимизации:

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{k}\omega_i U_i + \sum_{i=k+1}^{n}\omega_i(T)\cdot(T - C_i)\right\} (\textit{Критерий 3});$$

Задача 4. Максимизация суммарной прибыли предприятия при условии: для всех заданий $i \in I$ введены директивные сроки d_i, необходимо минимизировать суммарное взвешенное запаздывание выполнения заданий относительно директивных сроков:

$$\max\left\{P - \sum_{i=1}^{n}\omega_i \max(0, C_i - d_i)\right\} - З,$$

где P – гарантируемый минимальный доход от продажи (выполнения) всех n изделий (заданий), если все они выполнены без запаздывания; ω_i – штраф за запаздывание окончания выполнения i-го задания относительно директивного срока на единицу времени. Критерий оптимизации:

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n}\omega_i\max(0,\,C_i-d_i)\right\}\ (\textit{Критерий 4});$$

Величина $\omega_i\max(0,\,C_i-d_i)$ – уменьшение прибыли P в случае выполнения задания i с запаздыванием $C_i - d_i$. Решение по выполнению или отказе от выполнения таких заданий принимается менеджером.

Задача 5. Постановка задачи соответствует задаче 4 с дополнительным условием: для некоторых заданий $i\in\overline{1,k}$ директивные сроки не могут быть нарушены:

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{k}\omega_i'U_i-\sum_{i=k+1}^{n}\omega_i''\max(0,\,C_i-d_i)\right\}+P-З\,,$$

где $U_i=\begin{cases}1, C_i=d_i\\0, C_i\neq d_i\end{cases}$, ω_i' – доход от выполнения i-го задания, если оно выполнено точно в срок, ω_i'' – штраф за запаздывание окончания выполнения i-го задания относительно директивного срока на единицу времени, прибыль P – доход от выполнения заданий $i=\overline{k+1,n}$, если они выполнены в срок. Критерий оптимальности:

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{k}\omega_i'U_i-\sum_{i=k+1}^{n}\omega_i''\max(0,\,C_i-d_i)\right\}$$

(*Критерий 5*). Величина $\omega_i''\max(0,\,C_i-d_i)$ – уменьшение прибыли P в случае выполнения задания i с запаздыванием $C_i - d_i$. Решение по выполнению или отказе от выполнения таких заданий принимается менеджером.

Задача 6. Для всех заданий $i\in I$ введены директивные сроки d_i. Для каждого задания указана величина ω_i – абсолютная прибыль от выполнения задания, не зависящая от момента окончания выполнения задания в том случае, если задание выполняется без запаздывания относительно директивного срока, иначе прибыль предприятия по этому заданию равна нулю. Задача – максимизировать суммарную прибыль предприятия:

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{n}\omega_iU_i\right\}-З,\quad \text{где } U_i=\begin{cases}1, C_i\le d_i\\0, C_i> d_i\end{cases},$$

где ω_i – доход от выполнения i-го задания, если оно выполнено без запаздывания относительно директивного срока, $З$ – риск уменьшения прибыли из-за срыва выполнения задания в срок. Критерий оптимальности: $\max\left\{\sum_{i=1}^{n}\omega_iU_i\right\}$ (*Критерий 6*).

Задача 7. Для всех изделий заданы директивные сроки d_i. Необходимо минимизировать суммарный штраф предприятия как за опережение, так и за запаздывание относительно директивных сроков:

$$\max\left\{P-\sum_{i=1}^{n}\omega_i\left|C_i-d_i\right|\right\}-З\,,$$

где P – гарантируемый минимальный доход от продажи (выполнения) всех n изделий (заданий), если все они выполнены без опережения и запаздывания; ω_i – штраф за отклонение момента окончания выполнения i-го задания от директивного срока на единицу времени. Критерий оптимизации:

$$\min\sum_{i=1}^{n}\ \omega_i\,|C_i-d_i|.\quad (\textit{Критерий 7})$$

Величина $\omega_i\,|C_i - d_i|$ – уменьшение прибыли P в случае выполнения задания i с запаздыванием $C_i - d_i$. Решение по выполнению или отказе от выполнения таких заданий принимается менеджером.

Назовем *агрегированной работой* совокупность работ, выполняемых в одном мультиресурсе в рамках одного захода в мультиресурс по одному заданию.

Задачи по критериям 1–7 решаются при следующих ограничениях:

– длительность выполнения каждого задания, а также агрегированной работы, определяется его критическим путем;
– общие агрегированные работы разных заданий лежат на их критических путях и выполняются в одном мультиресурсе;
– агрегированная работа не передается в другие мультиресурсы до ее полного завершения.

Задачи календарного планирования по критериям 1–7 принадлежат к классу NP-трудных. Для решения задачи планирования и управления сложными системами по указанным критериям разработана общая методология, представленная ниже.

Описание модели. Иерархическая модель планирования и управления сложными системами, учитывающими сетевое представление технологических процессов и ограниченные ресурсы, состоит из трех уровней (рис. 1): прогнозного, согласованного и точного планирования. В основу представленной ниже модели планирования положен созданный на основе новой конструктивной теории математический аппарат решения труднорешаемых задач календарного планирования за критериями максимизации прибыли предприятий [6, 7].

Поставленная задача формирования согласованных планов выполнения работ с привязкой к ресурсам потребовала создать распределенную систему построения планов для каждого уровня управления. При этом обеспечивается четкая взаимосвязь решений, принятых на каждом уровне. Решение задачи МВМ на верхнем уровне управления является входной информацией для эффективного решения задач планирования по разным критериям оптимальности на низших уровнях иерархии. Это позволило создать систему взаимосвязанных алгоритмов, что сделало возможным решение проблемы планирования в комплексе.

В соответствии с трехуровневой моделью, построение распределения работ по ресурсам осуществляется в три этапа. Первый этап состоит в построении агрегированной модели. Если какие-либо работы выполняются в одном мультиресурсе в рамках одного захода в мультиресурс по одному заданию, то они агрегируются в одну агрегированную работу. Продолжительность выполнения агрегированной работы определяется ее критическим путем. Для каждого комплекса работ определяется критический путь выполнения агрегированных работ. На основе агрегированной информации строится граф на критических путях заданий. Вершины полученного графа – это агрегированные работы, дуги отображают связи между мультиресурсами, регламентирующие технологию выполнения заданий.

Некоторые работы, принадлежащие разным заданиям, требуют выполнения в специализированных уникальных мультиресурсах, желательно в рамках одного захода в мультиресурс. В этом случае при выполнении некоторых условий, описанных ниже, формируется объединенная агрегированная работа, что на графе связности отображено общими вершинами. Для определения приоритетов заданий при построении согласованного плана выполнения заданий соответственно критериям оптимальности, важным является решение на первом уровне задачи МВМ для случая, когда весовые коэффициенты всех вершин графа связности, кроме конечных, равны нулю (см. [7]). В результате решения этой задачи формируется приоритет-

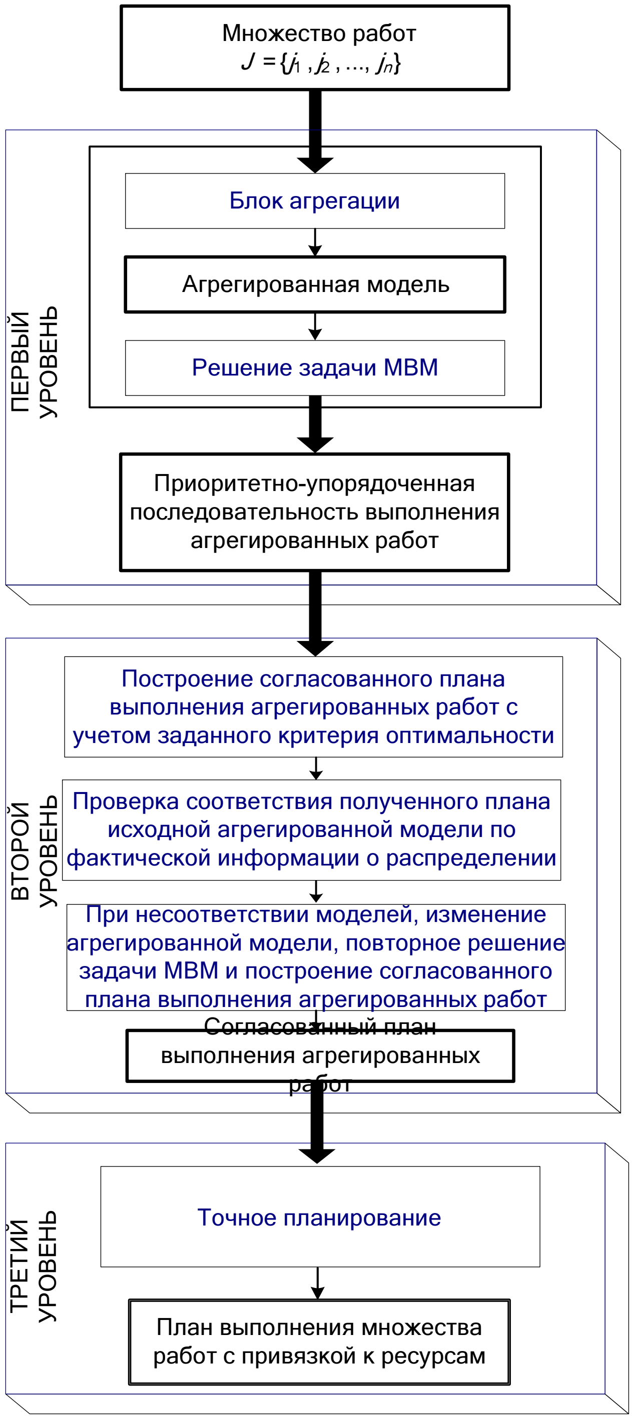

Рис. 1. Функциональная схема иерархической модели планирования и управления сложными системами

но-упорядоченная последовательность, определяющая очередность запуска агрегированных работ на выполнение.

Примечание. Построение графа на критических путях заданий и решение задачи МВМ на первом уровне модели реализуется для каждого из семи сформулированных функционалов, подробно это описано ниже.

Второй этап заключается в построении согласованного плана выполнения заданий с учетом указанных выше критериев оптимальности. Полученные на первом уровне приоритеты агрегированных работ служат дополнительной информацией, позволяющей значительно повысить эффективность полученных решений. Полученный план проверяется на соответствие исходной агрегированной модели, при необходимости модель корректируется, после чего план выполнения заданий строится заново.

Процедуры третьего уровня позволяют в соответствии с полученным планом для агрегированных работ построить распределение работ по ресурсам (так называемое точное планирование). На этом уровне решаются задачи оптимизации по критериям 1–7 как для одного, так и для параллельных приборов [7].

Ключевые решения, принятые при разработке алгоритмического обеспечения планирования и управления иерархической модели планирования и управления сложными объектами

1. Длительность выполнения каждого задания определяется его критическим путем.

Это связано с одним из основных критериев составления календарных планов – минимизацией длительности производственного цикла выполнения заданий. Достоинство этого критерия – в том, что с сокращением календарного периода выполнения производственной программы происходит обычно:

а) уменьшение объема незавершенных работ;

б) сокращение длительности выполнения заданий;

в) уменьшение простоев и, тем самым, увеличение производственной мощности;

г) повышение рентабельности производства;

2. Объединение при построении графа на критических путях заданий агрегированных работ, требующих специализированного мультиресурса для их одновременного выполнения, если при таком объединении в зависимости от типа выполняемых работ сокращаются стоимость и время их выполнения, а в производственных системах в «общие» агрегированные работы также объединяются агрегированные работы, для которых требуется достаточно большое время на переналадку оборудования, что приводит, в свою очередь, к сокращению длительности производственного цикла. На графе на критических путях заданий это объединение отражено «общими вершинами».

Разработаны эвристические правила построения «общих вершин», учитывающие критерии оптимальности, приоритеты заданий, которым принадлежат объединяемые агрегируемые работы, директивные сроки и прогнозируемое время поступления агрегированных работ на выполнение в данный мультиресурс.

3. Построение приоритетно-упорядоченной последовательности агрегированных работ, определяющей очередность запуска их на выполнение по заданным критериям оптимальности (1–7).

Известно [8], что последовательность, оптимальная по критерию МВМ, является приоритетно-упорядоченной. Для определения очередности σ запуска агрегированных работ на выполнение в соответствии с приоритетами заданий на первом уровне модели решается задача МВМ для случая, когда весовые коэффициенты всех вершин, кроме конечных, равны нулю. Предложен эффективный эвристический алгоритм [7], основанный на точном ПДС-алгоритме решения этой задачи в общем случае, когда все веса различны, приведенном в [8]. Разработанный эвристический алгоритм позволяет за приемлемое время решать реальные практические задачи с десятками тысяч переменных.

Приоритеты, определяющие очередность выполнения агрегированных работ, служат основной информацией при разработке алгоритмов планирования второго и третьего уровней модели.

4. Общая структура алгоритмического обеспечения иерархической модели планирования и управления.

Алгоритмы решения задач 1–7 имеют общую структуру, приведенную в [7]. Это позволило создать единый эффективный эвристический мега-алгоритм решения многоэтапных задач календарного планирования по семи различным критериям оптимальности.

5. Три алгоритма распределения для реализации согласованного планирования.

Для реализации согласованного планирования на втором уровне разработаны следующие алгоритмы распределения [7]:

а) построение компактных расписаний (алгоритм 1);

б) построение незадерживающих расписаний (алгоритм 2);

в) построение расписаний, обеспечивающих выполнение в заданные директивные сроки заданий с наивысшим приоритетом (алгоритм 3).

В компактных и незадерживающих календарных планах [6] минимизируются простои между выполняемыми агрегированными работами и, следовательно, минимизируется длительность прохождения заданий в системе. В зависимости от выбранного критерия оптимальности применяется один из разработанных алгоритмов либо их комбинация.

Основные эвристики, используемые при решении задач первого уровня иерархической модели планирования и управления

Постановки задач планирования, включенные в иерархическую модель, содержательно связаны между собой. Общая постановка и ограничения этих задач приведены выше. Рассмотрим агрегированные модели первого уровня и основные эвристики согласованного планирования на втором уровне для каждой из задач 1–7 [7].

Примечание 1. Как показано выше, для задачи 1 агрегированной моделью первого уровня является задача МВМ. Для задач 2–7 в качестве агрегированной модели первого уровня выбирается специальным образом построенная аппроксимированная задача МВМ. Ниже обосновывается для каждой из задач 2–7 целесообразность такой аппроксимации и рассматриваются особенности решения каждой задачи на первом и втором уровне.

Примечание 2. В задачах 1–7 действует общее ограничение, согласно которому длительность выполнения каждого задания и агрегированных работ определяется критическим путем. Ниже i и j_i обозначает номер задания в соответствии с индексацией, заданной функционалом; $j_{[g]}$ – номер работы, стоящей в допустимом расписании на позиции g.

Задача 1. Критерий оптимальности: максимизация суммарной прибыли предприятия в случае отсутствия директивных сроков:

$$\min \sum_{i=1}^{n} \omega_i(T) \cdot C_i,$$

где $\omega_i(T)$ – весовой коэффициент задания i, определенный экспериментальным путем; T – плановый период; C_i – момент окончания выполнения задания.

Построение графа на критических путях заданий (система планирования представляется в виде одного станка). Общие для критических путей вершины определяются для агрегированных работ, требующих выполнения в уникальных мультиресурсах и принадлежащих тем заданиям, приоритеты которых отличаются на заданную величину Δ. Объединение вершин выполняется, если разность длительностей пути от этих вершин до конечной вершины не более, чем на время переналадки в мультиресурсе (для производственных проектов) либо если при таком объединении сокращаются длительности прохождения объединяемых заданий в системе.

Задача 1 сводится к задаче МВМ, как показано выше на примере критерия F_1. Приоритетно-упорядоченная последовательность σ*, полученная в результате решения задачи МВМ (алгоритм решения см. [7]).

Задача 2. Для всех заданий введены директивные сроки d_i, которые не могут быть нарушены (планирование «точно в срок»). Критерий оптимальности:

$$\max \sum_{i=1}^{n} \omega_i U_i, \quad \text{где} \quad U_i = \begin{cases} 1, C_i = d_i \\ 0, C_i \neq d_i \end{cases},$$

ω_i – доход от выполнения i-го задания, если оно выполнено точно в срок.

При построении графа на критических путях заданий при определении общих вершин вводится дополнительное к задаче 1 условие: общие вершины формируются для заданий с равными директивными сроками или такими, что отличаются на заданную величину. В общие вершины объединяются агрегированные работы, директивные сроки которых (определенные как директивный срок задания минус длительности выполнения работ, следующих за назначаемым заданием по графу связности) также равны или отличаются на заданную величину.

Построение аппроксимирующей задачи МВМ для определения очередности запуска агрегированных работ на выполнение основано на следующих соображениях. Сама задача МВМ строится путем замены функционала $\max \sum_{i=1}^{n} \omega_i U_i$ на функционал $\min \sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot C_i$, где C_i – момент окончания выполнения i-го задания.

Обоснование. 1) Рассмотрим частный случай, когда задания являются независимыми. Имеет место следующее утверждение.

Утверждение 1 (Смит, [6]). Минимальное значение суммарной взвешенной длительности прохождения (взвешенной длительности производственного цикла – в наших терминах $\min \sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot C_i$) независимых заданий в системе с одним станком достигается при расписании, для которого выполняется $\omega_1/l_1 \geq \omega_2/l_2 \geq \ldots \geq \omega_n/l_n$, где ω_i и l_i – соответственно вес и длительность i-го задания в оптимальном расписании.

Таким образом, первым выполняется задание, у которого отношение стоимости (в терминах задачи 2) к длительности является максимальным, т.е. максимальной является удельная усредненная стоимость на единицу времени производственного цикла. Таким образом, в задаче 2 логично первым реализовать выполнение задания с максимальной удельной усредненной стоимостью на единицу производственного цикла ω_1/l_1 (максимально эффективное использование времени производственного цикла, затем задание с удельной усредненной прибылью ω_2/l_2 и т.д. Альтернативой этой эвристике является лишь полный перебор вариантов назначения заданий на выполнение.

2) Общий случай. Ограничение на выполнение заданий задано построенным ориентированным графом на критических путях. В этом случае оптимальным решением задачи МВМ является p-упорядоченное расписание (см. главу 2), в котором последовательность заданий разбита на множества максимальных приоритетов $G_i, i=\overline{1,k}$, $p(G_1)\geq p(G_2)\geq\ldots\geq p(G_k)$. Таким образом, если первыми выполняются работы оптимального расписания, соответствующие множеству G_1, этим гарантируется, что на начальном отрезке производственного цикла длительностью $\sum_{i\in G_1} l_i$ выполняются задания, для которых достигается максимальная усредненная стоимость на единицу времени производственного цикла: $p(G_1)=\sum_{i\in G_1}\omega_i \Big/ \sum_{i\in G_1} l_i$.

Обоснование использования оптимального расписания задачи МВМ в общем случае для задачи 2 аналогично рассмотренному выше частному случаю с учетом замены термина «максимальная удельная стоимость на единицу времени производственного цикла» на термин «максимальная усредненная удельная стоимость на единицу времени производственного цикла».

Примечание. Рассмотрим произвольное допустимое расписание, заданное на множествах максимального приоритета $G_1,G_2,\ldots,G_k$. Ему полностью соответствует приведенное выше обоснование для оптимальной последовательности. Однако на втором этапе системы планирования используется порядок выполнения заданий, соответствующий оптимальному расписанию, т.к. у него усредненная стоимость на единицу времени производственного цикла любой начальной подпоследовательности любого множества максимального приоритета не меньше, чем соответствующее значение усредненной стоимости на единицу времени производственного цикла для произвольного допустимого расписания, заданного на множествах максимального приоритета.

Задача 3. Для некоторых заданий $i\in\overline{1,k}$ заданы директивные сроки, которые не могут быть нарушены. Для остальных изделий d_i = 0. Критерий оптимизации:

$$\max\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i U_i+\sum_{i=k+1}^{n}\omega_i(T)\cdot(T-C_i)\right),$$

где $U_i=\begin{cases}1, C_i=d_i\\ 0, C_i\neq d_i\end{cases}$, ω_i – доход от выполнения i-го задания, если оно выполнено точно в срок; $\omega_i(T)$ – весовой коэффициент задания i (имеет тот же смысл, что и в задаче 1).

Аналогично выкладкам, приведенным для задач 1 и 2, очередность запуска агрегированных работ на выполнение определяется в результате решения следующей задачи МВМ:

$$\min\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i'\cdot C_i+\sum_{i=k+1}^{n}\omega_i''\cdot C_i\right)=\min\sum_{i=1}^{n}\omega_i\cdot C_i,$$

где ω_i' имеет тот же смысл, что и в задаче 2, а ω_i'' – тот же смысл, что и в задаче 1. Очевидно, $\omega_i=\omega_i'\ \forall i=\overline{1,k};\quad \omega_i=\omega_i''\ \forall i=\overline{k+1,n}$.

Построение графа на критических путях заданий выполняется аналогично задаче 1.

Задача 4. Для всех заданий $i\in I$ введены директивные сроки d_i. Необходимо выполнить n заданий, минимизируя суммарное взвешенное запаздывание выполнения заданий относительно директивных сроков:

$$\min\sum_{i=1}^{n}\xi_i\max(0, C_i-d_i).$$

где ξ_i – штраф за запаздывание окончания выполнения i-го задания относительно директивного срока на единицу времени.

Построение графа на критических путях заданий выполняется аналогично задаче 1.

Аппроксимирующая задача МВМ имеет вид: $\min\sum_{i=1}^{n}\omega_i\cdot C_i$, где $\omega_i=\xi_i$ – штраф за запаздывание момента C_i окончания выполнения i-го задания относительно директивного срока d_i на единицу времени. Ограничения на выполнение заданий одним прибором заданы ориентированным графом на критических путях (совпадает с построенным в задаче 1). Представим оптимальное расписание задачи МВМ в виде $\sigma^*=\{j_{l_1}, j_{l_2},\ldots, j_{l_n}\}$.

Использование порядка выполнения заданий, определяемого оптимальной последовательностью σ^*, обосновывается аналогично приведенному в задаче 2. Необходимо только термин «усредненная стоимость задания на единицу времени производственного цикла» заменить на термин «усредненная величина штрафа на единицу времени производственного цикла» – в соответствии с содержательной трактовкой функционала задачи 4.

В связи с этим логично на втором этапе первым ставить на выполнение максимально близким к его директивному сроку задание j_{l_1} (точнее, представляющая задание j_{l_1} последовательность агрегированных работ, заданных на ориентированном подграфе). В этом случае штраф $\xi_{l_1}\max\left(0, C_{l_1} - d_{l_1}\right)$ является нулевым либо минимально возможным.

Вторым максимально близким к своему директивному сроку ставится на выполнение задание j_{l_2} (представляющая задание j_{l_2} последовательность агрегированных работ, заданных на ориентированном подграфе). В этом случае можно ожидать, что штраф $\xi_{l_2}\max\left(0, C_{l_2} - d_{l_2}\right)$ будет нулевым либо близким к минимально возможному с учетом того, что первым на выполнение было поставлено задание j_{l_1}, и т.д.

Задача 5. Постановка задачи соответствует постановке задачи 4. Введено дополнительное условие: для некоторых заданий $i \in \overline{1,k}$ директивные сроки не могут быть нарушены. Критерий оптимальности:

$$\max\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i U_i - \sum_{i=k+1}^{n}\xi_i \max(0, C_i - d_i)\right),$$

где $U_i = \begin{cases} 1, C_i = d_i \\ 0, C_i \neq d_i \end{cases}$, где ω_i – доход от выполнения i-го задания, если оно выполнено точно в срок; ξ_i – штраф за запаздывание окончания выполнения i-го задания относительно директивного срока на единицу времени.

Очередность запуска агрегированных работ на выполнение определяется решением следующей задачи МВМ:

$$\min\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i' \cdot C_i + \sum_{i=k+1}^{n}\omega_i'' \cdot C_i\right) = \min\sum_{i=1}^{n}\omega_i \cdot C_i,$$

где ω_i' имеет тот же смысл, что и в задаче 2, а ω_i'' – тот же смысл, что и в задаче 4. Очевидно, $\omega_i = \omega_i' \ \forall i = \overline{1,k}; \quad \omega_i = \omega_i'' \ \forall i = \overline{k+1,n}$.

Построение графа на критических путях заданий выполняется аналогично задаче 1.

Примечание. Задания, у которых директивные сроки существенно больше других, необходимо отнести к категории заданий, для которых директивный срок не может быть нарушен.

Задача 6. Для всех заданий $i \in I$ введены директивные сроки d_i. Для каждого задания указана величина ω_i – абсолютная прибыль от выполнения задания, не зависящая от момента окончания выполнения задания в том случае, если задание выполняется без запаздывания относительно директивного срока, иначе прибыль предприятия по этому заданию равна нулю. Критерий оптимальности: максимизация суммарной прибыли предприятия:

$$\max\sum_{i=1}^{n}\omega_i U_i, \quad \text{где } U_i = \begin{cases} 1, C_i \le d_i \\ 0, C_i > d_i \end{cases},$$

где ω_i – доход от выполнения i-го задания, если оно выполнено без запаздывания относительно директивного срока.

Очередность запуска агрегированных работ на выполнение определяется в результате решения следующей задачи МВМ: $\min\sum_{i=1}^{n}\omega_i \cdot C_i$. Обоснование этой процедуры аналогично задаче 2.

В отличие от задачи 1, при построении графа на критических путях заданий при определении общих вершин вводится дополнительное условие: общие вершины формируются для заданий с равными директивными сроками или такими, которые отличаются на заданную величину. В общие вершины объединяются работы, директивные сроки которых (определенные как директивный срок задания минус длительности выполнения работ, следующих за назначаемой работой по графу связности) также равны или отличаются на заданную величину.

Задача 7. Для всех заданий заданы директивные сроки d_i. Необходимо минимизировать суммарный штраф предприятия как за опережение, так и за запаздывание относительно директивных сроков:

$$\min\sum_{i=1}^{n}\xi_i\,|C_i - d_i|,$$

где ξ_i – штраф за отклонение момента окончания выполнения i-го задания от директивного срока на единицу времени.

Аналогично задаче 4, очередность запуска агрегированных работ на выполнение определяется решением задачи МВМ: $\min\sum_{i=1}^{n}\omega_i \cdot C_i$, где $\omega_i = \xi_i$ – вес задания i. Граф на критических путях строится аналогично задаче 6.

Примечание 1. На самом деле описанный здесь подход решает не семь, а тридцать одну ($\sum_{m=1}^{5} C_5^m$) задачу планирования – пять базовых функционалов (задачи 1, 2, 4, 6, 7), а также все возможные их комбинации. Такая возможность проиллюстрирована на задачах 3 и 5. Во всех случаях, когда, аналогично задачам 3 и 5, задания необходимо выполнить точно в срок, определяется разность между доходом от выполнения задания точно в срок и уменьшением значения функционала в случае исключения этого задания из расписания.

Примечание 2. Смысл аппроксимации задач планирования первого уровня соответствующими задачами МВМ обосновывается следующими причинами: 1) глубокая связь между этими задачами, проиллюстрированная выше; 2) создание эффективного приближенного алгоритма [7] для решения задачи МВМ первого уровня, базирующегося на идеях ПДС-алгоритма для задачи МВМ [8].

Эвристики, используемые при реализации второго уровня модели

На втором уровне модели строится согласованный план выполнения заданий с учетом выбранного критерия оптимальности. Назначение агрегированных работ осуществляется по следующим принципам.

Для задач без директивных сроков (критерий 1) задания назначаются по алгоритму 1 или 2 (построение компактных и незадерживающих календарных планов) в соответствии с приоритетами, полученными на первом уровне. Выбор алгоритма 1 или 2 осуществляется в зависимости от типа исходных данных: если длительности заданий отличаются несущественно (разница не превышает длительности переналадок в мультиресурсах), выбирается алгоритм 2, в противном случае алгоритм 1. В таком случае вначале выполняются заданий с наивысшим приоритетом, что позволяет максимизировать прибыль предприятия по всем изделиям.

В задачах с директивными сроками (критерии 2, 4, 5, 6, 7) задания назначаются по алгоритму 3 в соответствии с приоритетом: наиболее высокоприоритетные задания встраиваются в свой директивный срок раньше. Это обеспечивает выполнение в заданный директивный срок в первую очередь заданий с максимальным приоритетом и, следовательно, позволяет максимизировать суммарную прибыль предприятия.

В задачах со смешанными критериями (3, 5) при требовании обязательного выполнения заданий с директивными сроками, они распределяются в первую очередь по алгоритму 3, остальные задания распределяются по алгоритму 1 или 2. В реальных условиях возможна ситуация, что задание, не выполненное в свой директивный срок, выгоднее исключить из выполнения, если при этом значение функционала улучшится. В этом случае эвристика модифицируется следующим образом. Анализируется полученный согласованный план и запоминается значение оптимизируемого функционала. Находим задание $j_{[q]}$ с минимальным директивным сроком. Проверяем условие: если доход от выполнения задания $j_{[q]}$ при выполнении в свой директивный срок больше, чем выигрыш от исключения задания $j_{[q]}$ по заданиям на интервале $\overline{q+1,t}$, для которых директивный срок не задан, то задание $j_{[q]}$ не исключается из выполнения, в противном случае повторно выполняются алгоритмы распределения без задания $j_{[q]}$. Полученное значение функционала сравнивается с запомненным. Аналогичные процедуры выполняются для всех заданий с директивными сроками, пока не будет рассмотрена вся последовательность.

При таком распределении без нарушения директивных сроков (или максимально близко к ним) выполняются наиболее выгодные задания. Для остальных заданий минимизируется отклонение от директивного срока, в результате максимизируется суммарная прибыль предприятия

Реализация третьего уровня модели

На третьем уровне модели строится полный план выполнения работ с привязкой к ресурсам (точное планирование). На этом уровне решаются задачи как для одного, так и для параллельных станков в случае независимых или взаимосвязанных заданий по критериям 1–7.

При построении алгоритмов планирования используются приоритеты запуска заданий на выполнение, полученные при решении задачи МВМ на первом уровне модели, а также алгоритмы распределения, описанные выше. Эвристики, используемые при реализации алгоритмов планирования третьего уровня модели, не приводятся, т.к. их конструирование не представляется сложным на основании уже полученных результатов, и они не имеют дополнительной научной ценности. В алгоритмическое обеспечение третьего уровня включены ПДС-алгоритмы задач «Минимизация суммарного запаздывания при выполнении независимых заданий на одном приборе» [9], «Минимизация суммарного запаздывания при выполнении независимых заданий с равными весами и общим директивным сроком параллельными приборами» [10] (они являются частными случаями задачи 4) и «Минимизация суммарного штрафа как за опережение, так и за запаздывание относительно директивных сроков при выполнении независимых заданий одним прибором» [11] (частный случай задачи 7).

На основании приведенного в [11] приближенного алгоритма и методологии построения ПДС-алгоритмов, возможна разработка ПДС-алгоритма решения задачи МОЗ.

Выводы. В существующих системах планирования используется стандартная система базовых алгоритмов решения многих классов задач, что уже не отвечает требованиям эффективного планирования и управления в современных условиях. В статье показан комплекс последовательных взаимосвязанных математических моделей планирования в сложных организационно-производственных системах с сетевым представлением технологии и ограниченными ресурсами, система новых взаимосвязанных алгоритмов решения задач планирования по разным критериям оптимальности, позволяющая эффективно решать задачи планирования сложных систем в комплексе. В отличие от существующих методов планирования, лучшие из которых содержат линейную или случайную комбинацию разных правил предпочтения, не гарантирующих качества полученных решений, в процессе решения задачи планирования определяется стратегия поиска глобального оптимума, что позволяет получить решения, близкие к оптимальным. В методологии учтена ограниченность мощностей и фактическая нагрузка при выполнении работ, что позволяет строить осуществимые детальные расписания, равномерно загружать ресурсы и минимизировать производственный цикл выполнения работ.

Созданный комплекс моделей и алгоритмов может быть использован для планирования в различных прикладных областях, включая различные типы производств, строительство и управление проектами.

Список литературы

1 Kovacs A. Novel Models and Algorithms for Integrated Production Planning and Scheduling: Ph.D. Thesis. Computer and Automation Research Institute: Budapest,– 2005.

2 Емельянов С.В. Управление гибкими производственными системами. Модели и алгоритмы.– Л.: Машиностроение; Берлин: Техник,– 1987.– 364 с.

3 Многоуровневая система оперативного управления ГПС в машиностроении / С.А.Соколицын, В.А.Дуболазов, Ю.Н.Демченко; под общ.ред. С.А.Соколицына. – СПб: Политехника,– 1991. – 208 с.

4 Петров В.А., Масленников А.Н., Осипов Л.А. Планирование гибких производственных систем.– Л.: Машиностроение, ЛО,– 1985.– 182 с.

5 Требования к созданию систем производственного планирования и управления сложными объектами, имеющими сетевое представление технологических процессов и ограниченные ресурсы / А.А.Павлов, Е.Б.Мисюра, О.В.Мельников, О.В.Щербатенко, В.В.Михайлов // Вісник НТУУ “КПІ”. Інформатика, управління та обчислювальна техніка. К.: “ВЕК+”, 2007.– №46.– С.3-12

6 Конвей Р.В., Максвелл У.Л. Теория расписаний.– М.: Наука, 1975.– 359 с.

7 Павлов А.А., Теленик С.Ф. Информационные технологии и алгоритмизация в управлении.– К.: Техника.– 2002.– 344 с.

8 Павлов А.А. Алгоритмическое обеспечение сложных систем управления / К.: Выща школа, 1989. – 162 с.

9 Павлов А.А., Мисюра Е.Б. Эффективный точный ПДС-алгоритм решения задачи о суммарном запаздывании для одного прибора // Системні дослідження та інформаційні технології.– 2004.– №4.– С.30-59

10 Павлов А.А., Мисюра Е.Б. Новый подход к решению задачи "Минимизация суммарного взвешенного опоздания при выполнении независимых заданий с директивными сроками одним прибором" // Системні дослідження та інформаційні технології, – 2002.– №2.– С.3-32

11 Павлов О.А., Місюра О.Б., Мельников О.В. Дослідження властивостей та розв'язання задачі «Мінімізація сумарного штрафу як за випередження, так і за запізнення відносно директивних строків при виконанні незалежних завдань одним приладом» / Вісник НТУУ “КПІ”. Інформатика, управління та обчислювальна техніка. К.: “ВЕК+”, 2008.– №48.– С.3-6