УДК 004.3

БЛІНОВА Т.О.

ДІЛЕННЯ В КОДАХ ЗОЛОТОЇ ПРОПОРЦІЇ В ПОРОЗРЯДНОМУ РЕЖИМІ, ПОЧИНАЮЧИ ЗІ СТАРШИХ РОЗРЯДІВ

Розроблено алгоритм виконання ділення для чисел, представлених у нестандартній мінімізованій формі (MN-формі) коду класичної золотої пропорції. Використання MN-форми дозволяє здійснювати порозрядні обчислення, починаючи з найбільш значущого розряду, та контролювати їх у динамічному режимі. Наведені приклади сфер використання кодів Фібоначчі та золотої пропорції, зокрема, у системах, що працюють у середовищах із великими індустріальними перешкодами.

The division algorithm is developed for numbers, presented in the nonstandard minimized form (MN-form) of the classic golden ratio base number code. The MN-form usage allows to carry out on-line computations, beginning from the most meaning digit, and to control them in the dynamic regime. Example of the Fibonacci and golden ratio base number code usage is shown, e. g. in the systems which work in environments with large industrial obstacles.

Із 1980-х років на кафедрі обчислювальної техніки НТУУ "КПІ" проводяться дослідження по використанню кодів Фібоначчі та золотої пропорції з метою здійснення обробки інформації та її контролю у динамічному режимі, не чекаючи завершення конкретної обчислювальної операції. Ці дослідження були впроваджені при виконанні декількох науково-дослідних робіт, зокрема, роботі "Розробка структури локальної обчислювальної мережі MAP/TOP і її контролеру на основі кодів Фібоначчі". Питанням побудови пристроїв, що працюють у коді Фібоначчі та золотої пропорції (золотого перетину) присвячені публікації та авторські свідоцтва, наведені в [1]. На відміну від цих досліджень автором статті були розроблені пристрої, що виконують порозрядне обчислення починаючи із найбільш значущого розряду (MSDF-режим). Такий режим обробки інформації дає можливість починати виконання чергової обчислювальної операції як тільки будуть отримані перші найбільш значущі розряди операндів, ще до закінчення попередньої операції. Для цього автором статті була розроблена мінімізованої форма представлення чисел у класичному коді Фібоначчі та золотої пропорції.

У роботі [2] наведені алгоритми виконання усіх, за винятком операції ділення, обчислювальних операцій, що здійснюються над кодами класичної золотої пропорції в MSDF-режимі.

Мета даної статті – описати розроблений автором алгоритм виконання операції ділення над числами, що поступають порозрядно, починаючи з найбільш значущих розрядів, і представлені в коді золотої 1-пропорції у вигляді мінімізованої форми.

Правило виконання ділення без відновлення остатку в прямому коді може бути сформульоване наступним чином.

1. Відняти від діленого дільник. Якщо результат від'ємний, то старша цифра (з вагою α_1^0) частки дорівнює нулю; в іншому – одиниці. Отримана різниця є першим залишком.
2. Збільшити попередній залишок у α_1 разів.
3. Якщо попередня цифра частки дорівнює нулю, то додати дільник. При цьому утворюється черговий залишок, знак котрого визначає чергову цифру частки за правилами, п 1.
4. Повторювати пункти 2 та 3 доти, доки не будуть отримані всі цифри частки.

Особливості виконання цієї операції в MSDF-режимі наступні:

- обидва операнди представляються в мінімізованій формі;
- у найбільш значущому розряді (із вагою α_1^{-1}) дільника повинна бути одиниця, тобто дільник має бути нормалізованим;
- операнди поступають порозрядно, починаючи з найбільш значущих розрядів;
- підсумовування та віднімання виконуються порозрядно (відповідно до алгоритмів, наведених у [2]);

- при визначенні чергової цифри частки аналізуються обидва знакових розряди;
- після отримання знакових розрядів чергового залишку може починатися черговий такт підсумовування чи віднімання;
- частку треба округлити та привести до мінімізованої форми, причому виконання цих операцій може бути суміщено.

Остання вимога обумовлена тим, що частка може бути отримана з недостачею та в немінімізованій формі. Це буде показано нижче.

Віднімання має сенс здійснювати за допомогою представлення у доповняльному коді.

У [2,3] було показано, що при зсуві у старші розряди від'ємного залишку, представленого в доповняльному коді, необхідно додати найбільш значущий знаковий розряд, що має бути відкинутим, до розряду з вагою α_1^{0}. Корекцію можна виконувати одночасно з операцією додавання дільника та залишку, збільшеного в α_1 разів.

Виконання операції ділення в прямому коді без відновлення залишку може здійснюватися у відповідності до наступного алгоритму.

Нехай виконується ділення *D* та *B*. Позначимо доповняльний код дільника як *B'*, розряди перенесення як *e*, проміжних сум як *u*, і результату як *ü*. Тоді алгоритм цієї операції можна записати наступним чином.

1: $a_{0,-1} = a_{1,-1}=0$; $\ddot{u}_{-1}=1$;
$a_{2,-1}= d_1$; $a_{3,-1}= d_2$;…; $a_{i+1,-1}= d_i$;…; $a_{m+1,-1}= d_{im}$;
$i = -1$; $j = 0$;

2: $e_{0,j}= a_{-1,\,j-1}$; $o_{i,j}=b_{i-1}\bar{\ddot{u}}_{j-1} \vee b'_i\ddot{u}_j$;

3: $e_{i+2,j} = E(a_{i+1,j-1},o_{i,j},e_{i,j},u_{i-1,j}^{\,i-1})=o_ie_i\bar{u}_{i-1}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}e_i\bar{u}_{i-1}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}o_i\bar{u}_{i-1}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}o_ie_i$;

$u_{i,j}^{\,i} = U_0(a_{i+1,j-1},o_{i,j},e_{i,j},u_{i-1,j}^{\,i-1})= \bar{a}_{i+1,j-1}\bar{o}_{i,j}e_{i,j}\bar{u}_{i-1,j}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}\bar{o}_{i,j}\bar{e}_{i,j}\bar{u}_{i-1,j}^{\,i-1} \vee \bar{a}_{i+1,j-1}o_{i,j}\,\bar{e}_{i,j}\,\bar{u}_{i-1,j}^{\,i-1} \vee \bar{a}_{i+1,j-1}o_{i,j}\,\bar{e}_{i,j}\,u_{i-1,j}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}\bar{o}_{i,j}\,e_{i,j}\,u_{i-1,j}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}o_{i,j}\,\bar{e}_{i,j}\,u_{i-1,j}^{\,i-1}$;

$u^{i}_{i-1} = U_1(a_{i+1,j-1},o_{i,j},e_{i,j},u_{i-1,j}^{\,i-1})= \bar{a}_{i+1,j-1}o_{i,j}\,e_{i,j}\,\bar{u}_{i-1,j}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}\bar{o}_{i,j}\,e_{i,j}\,\bar{u}_{i-1,j}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}o_{i,j}\,\bar{e}_{i,j}\,\bar{u}_{i-1,j}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}o_{i,j}\,e_{i,j}\,u_{i-1,j}^{\,i-1}$;

$u^{i}_{i-2} = U_2(a_{i+1,j-1},o_{i,j},e_{i,j},u_{i-1,j}^{\,i-1},\,u_{i-2,j}^{\,i-1})=u_{i-2,j}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}o_ie \vee \bar{a}_{i+1,j-1}e_{i,j}\,u_{i-1,j}^{\,i-1} \vee a_{i+1,j-1}\bar{o}_{i,j}\,u_{i-1,j}^{\,i-1} \vee o_{i,j}\,e_{i,j}\,u_{i-1,j}^{\,i-1}$;

4: $u^{`}_{i-2,j} = u_{i-2,j}\,\bar{u}^{`}_{i-3,j-1}$;
$u^{``}_{i-3,j} = \bar{u}^{`}_{i-2,j}\,u^{`}_{i-3,j-1}$;
$y_{i-4,j} = u^{``}_{i-4,j-1} \vee u_{i-2,j-1}\,\bar{u}^{`}_{i-3,j}$;

5: Якщо $i < m+8+j$, тоді $i = i+1$ і на 2;
6: $\ddot{u}_j = a_{-i,j}\,a_{0,j} \vee \bar{a}_{-1,j}\bar{a}_{0,j}$;
7: Якщо $j < m+1$, тоді $j = j+1$ і на 2;
5: Кінець.

Слід зазначити, що умова прирощення змінної за п.5 враховує можливість виходу одиниці переносу з молодшого розряду за межі *m*-розрядного залишку.

Знакові розряди $a_{-1,j}$ та $a_{-1,j}$ чергового *j*-го залишку остаточно формуються, коли відомі тільки перші чотири розряди $a_{i+1,j-1}$ та $o_{i,j}$ (i = -1,0,1,2,3,4) доданків. При діленні завжди додаються числа із протилежними знаками (залишок та дільник). Отже, якщо додатний доданок $B\cdot\alpha_1$ за абсолютною величиною більший, ніж поточне значення від'ємного залишку, знак тільки що сформованого залишку повинен змінитися на "+". Однак може статися, що знак не зміниться. Це обумовлено тим, що при його формуванні враховуються тільки старші розряди операндів. Отже при виконанні ділення в MSDF-режимі на якомусь *j*-му кроці частка може бути обчислена з недостачею. Однак, завдяки надлишковості коду золотої пропорції, тому що ваги сусідніх розрядів у кодовому слові зв'язані співвідношенням $\alpha_1^{j}=\alpha_1^{j-1}+\alpha_1^{j-2}$, цифру частки $\ddot{u}_j$=1 можна замінити цифрами $\ddot{u}_j'$=0, $\ddot{u}'_{j-1}$=1, $\ddot{u}'_{j-2}$=1, при умові, що $\ddot{u}_{ij-1}$=0. Це означає, що для продовження ділення повинна виконуватися умова

$$A_{j+1} < B+B, \qquad (1)$$

де A_{j+1} – залишок, отриманий на(j +1)-м кроці. Нехай знак попереднього залишку A_j повинен був змінитися, але залишився від'ємним.

У відповідності до розробленого алгоритму при від'ємному знаку залишку A_j

$$A_{j+1} = A_j\,\alpha_1^{0} + B\alpha_1^{-1}.$$

Після підстановки у (1) значення A_{j+1} отримаємо наступну умову

$$A_j\cdot\alpha_1 < B(\alpha_1^{0} +\alpha_1^{-2}). \qquad (2)$$

Максимальне значення від'ємного залишку A_j, знак котрого залишився від'ємним, не перевищує числа 10,110110110… (це додатне число, і після проведення згортки можна отримати інший його запис, а саме 00,001001001…).

Ураховуючи, що у відповідності із правилами здійснення зсуву мінімізованих форм чисел

$$(10{,}110110110\ldots)\alpha_1^{0} = 01{,}10110110\ldots+ \\ +01.000\ldots = 00{,}01010101\ldots$$

можна зробити висновок, що для виконання умови (2) досить виконання умови

$$00{,}010101\ldots < B(\alpha_1^{0} + \alpha_1^{-2}). \qquad (3)$$

Однак, мінімальне значення нормалізованого дільника дорівнює α_1^{-1}, отже для виконання умови (3) достатньо, щоб число 00.01001001… було строго менше, ніж $\alpha_1^{-1}(\alpha_1^{0}+\alpha_1^{-2})=\alpha_1^{-1}+\alpha_1^{-3}$. Виконання останньої умови очевидно, позаяк число $00{,}01001001\ldots= =\alpha_1^{-2}+\alpha_1^{-5}+\alpha_1^{-8}+\ldots$ напевно менше за число $\alpha_1^{-1}+\alpha_1^{-3}$.

Отже величина залишку A_j при запропонованому алгоритмі ділення не перевищує величини, визначеної виразом (1).

Таким чином, якщо на j-кроці алгоритму чергова цифра частки визначена з недостачею, операція ділення може продовжуватися, позаяк значення j-й цифри частки корегується при формуванні чергових цифр частки з номерами (j+1) та (j+2). Із цього також випливає, що частка підлягає частковій згортці для переведення в мінімізовану форму.

Підкреслимо, що виконання операції ділення зводиться до виконання додавання, яке може контролюватися на кожному кроці, як показано у [2]. Представлення інформації в мінімізованій формі дозволяє також контролювати передачу інформації між окремими обчислювальними пристроями системи шляхом виявлення заборонених кодових наборів.

Таким чином, показана можливість виконання та контролю всіх логічних та арифметичних операцій над кодами золотої пропорції у MSDF-режимі. Основна ідея MSDF-режиму та подібних до нього – якщо якась інформація у цифровому коді надходить послідовно і якщо можливо розпочати обробку інформації, не чекаючи надання її повного об'єму, то таке суміщення у часі може прискорити швидкодію цифрової системи.

Слід зазначити, що перетворення в MSDF-режимі інформації, що представлена в кодах із ірраціональною основою, знайшли широке застосування у теорії quasicrystal [5].

Традиційно порозрядні обчислення у MSDF-режимі використовуються в сигнальних процесорах, що здійснюють DCT, FFT, CORDIC, фільтрацію та обробку матриць. Перспективним може виявитися застосування перетворень у MSDF-режимі інформації, що представлена в кодах Фібоначчі та золотої пропорції, у теорії fuzzy sets.

У [3] відзначена ефективність використання системи АЦП(ЦАП)-оптичний канал-операційні пристрої, яка працює цілком у класичному коді Фібоначчі та золотої 1-пропорції, у середовищах із великими індустріальними перешкодами. Система містить АЦП(ЦАП), що самокоректуються, цифровий оптичний канал, який нечутливий до електромагнітних перешкод, правильність передачі інформації по котрому може контролюватися за рахунок надмірності кодів, і операційні пристрої, що працюють у коді Фібоначчі та золотої пропорції, для того, щоб уникнути зайвих операцій по перекодуванню сигналів у(із) двійковий код та використати додаткові можливості по динамічному контролю інформації.

Слід відзначити ефективність застосування такої системи і у випадках, коли необхідно за певний проміжок часу обробити зняту з АЦП інформацію, що швидко змінюється. Іншими словами, доцільно дослідити можливість використання кодів Фібоначчі та золотої пропорції при побудові систем реального часу.

Список літератури

1. Институт золотого сечения. http://www.trinitas.ru/
2. Блінова Т.О. Додавання та множення в кодах золотої пропорції в порозрядному режимі, починаючи зі старших розрядів //Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Інформатика, управління та обчислювальна техніка. .№ 48. – 2008.– С.54-57.
3. Блинова Т.А. Представление отрицательных чисел в кодах золотой пропорции //Вестник КПИ. Сер. Автоматика и электроприборостроение. – N24. – 1987. – С. 125-127.

4. Блінова Т.О. Використання кодів Фібоначчі та золотої пропорції в цифрових оптичних каналах передачі інформації //Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Інформатика, управління та обчислювальна техніка. № 47. – 2007. – С.255-261.
5. Ch. Frougny. On-line digit set conversion in real base. Theoret. Comp. Sci. – 2003, pp. 221-235. http://citeseer.ist.psu.edu/frougny00line.html.

Поступила в редакцию 15.12.2009