УДК 004.052.42

ТУРЧЕНКО Ю.А.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ВЗВЕШЕННЫХ КОНТРОЛЬНЫХ СУММ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ОШИБОК В КАНАЛАХ СО СПЕКТРАЛЬНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

В работе предлагается новый подход к повышению эффективности коррекции ошибок в каналах со спектральной модуляцией за счет использования арифметических взвешенных контрольных сумм. На основе исследования свойств ошибок, вызванных внешними помехами, разработано две процедуры их коррекции. Первая из них ориентирована на коррекцию одного символа, а вторая – на исправление двух смежных. Доказано, что предложенные технологии коррекции ошибок обеспечивают большую производительность и требуют меньшего числа контрольных разрядов по сравнению с корректирующими кодами.

In this paper a new approach is proposed to increase the effectiveness of error correction in spectrum modulation channel by using of arithmetic weighed check sums. Based on a study of the properties of data transmission errors caused by external noises a two new error correction prosedures is developed which use arithmetic weighed check sums. First of proposed procedures is oriented for one symbol correction and second – for two contiguous symbols. It is shown that the proposed error coorection techniques is more performance and demanded control bits less than error correcting codes.

Введение

Развитие технологий передачи цифровых данных является основой глобальных процессов информационной интеграции. Важное место в таких технологиях играет обеспечение надежности передачи данных. В современных условиях объективно действуют ряд факторов, снижающих надежность передачи данных. В частности, расширение использования беспроводных линий и систем мобильной связи имеет следствием заметный рост интенсивности внешних помех [1]. Ускорение скорости передачи вызывает рост числа ошибок, вызванных межсигнальной интерференцией. Применение спектральной модуляции, позволяющей повысить скорость передачи за счет кодирования группы бит одним канальным сигналом, приводит к резкому росту кратности возникающих ошибок.

Действие перечисленных факторов требует адекватного совершенствования средств обнаружения и коррекции ошибок, возникающих при передаче цифровых данных в компьютерных сетях и системах телекоммуникаций. Достигнутый в последние годы прогресс в области интегральных технологий открывает новые возможности создания эффективных средств контроля и коррекции ошибок. При этом важным направлением повышения эффективности средств контроля и исправления ошибок является учет специфики их возникновения в различных каналах передачи данных, в частности, в каналах со спектральной модуляцией (КСМ).

Таким образом, задача совершенствования средств контроля и коррекции ошибок передачи данных в КСМ является актуальной и значимой для практики.

Модели возникновения ошибок в КСМ и анализ средств их коррекции

Для повышения пропускной способности в интерфейсах компьютерных систем и сетей широко используются линии с фазовой, амплитудно-фазовой и амплитудно-импульсной модуляцией цифровых данных [1]. Основной особенностью такой модуляции является то, что передача группы битов контролируемого блока осуществляется одним канальным сигналом. В частности, спектральная модуляция цифровых данных применяется в телефонных, кабельных и беспроводных линиях компьютерных сетей. При спектральной модуляции каждые k смежных битов, которые можно рассматривать как канальный символ X, кодируются одним несущим (канальным) сигналом. Использование спектральной модуляции позволяет за счет более полного использования полосы пропускания линии в k раз повысить скорость передачи цифровой информации. Соответственно значение k называется эффективностью передачи сигналов.

Наиболее известным видом спектральной модуляции является квадратурно-амплитудная модуляция (quadrature ampli-

tude modulation-QAM). При использовании этого вида спектральной модуляции каждый канальный символ кодируется изменением фазы и амплитуды несущего синусоидального 2-х до 10. Так, стандартизированный протокол телефонных модемов V.32 предусматривает использование QAM с k=4, протокол V.90 предусматривает применение QAM со значением k равным 10 [1].

При использовании спектральной модуляции контролируемый блок B состоящий из m бит: $B=\{b_1,b_2,\ldots,b_m\}$, $b_l\in\{0,1\}$, $l=1,\ldots,m$ можно рассматривать состоящим из $q = m/k$ канальных символов: $B=\{X_1,\ldots,X_q\}$. Каждый j-тый из символов X_j, $j\in\{1,\ldots,q\}$ включает k смежных бит контролируемого блока $X_j=\{x_{j,1},x_{j,2},\ldots,x_{j,k}\}=\{b_{(j-1)\cdot k+1},b_{(j-1)\cdot k+2},\ldots,b_{j\cdot k}\}$ Каждому канальному символу X_j соответствует число $Z_j=\sum_{i=1}^{k}x_{ji}\cdot 2^{i-1}$.

В результате ошибок передачи канальных сигналов, соответствующие им кодовые группы (символы) искажаются, то есть при возникновении ошибки передачи j–то символа X_j их коды на приемнике и передатчике не одинаковы: $X_{sj}\neq X_{rj}$. Очевидно, что при этом могут изменить значение от одного до k бит, которые составляют j–тый символ X_j.

Выбор эффективного способа коррекции ошибок определяется их характером. Для беспроводных каналов основной причиной искажения канальных сигналов являются внешние помехи [2].

Существует несколько моделей возникновения ошибок передачи данных в каналах со спектральной модуляцией под воздействием внешних помех.

Если считать поток внешних помех пуассоновским (с интенсивностью λ), то длина m блока выбирается такой, чтобы за период τ его передачи вероятность появления искажающей данных помехи была достаточно мала. Это означает, что вероятность $P_0 = \exp(-\lambda\cdot\tau)$ отсутствия помех за время τ передачи блока существенно (на порядки) выше вероятности $P_1=\lambda\cdot\tau\cdot\exp(-\lambda\cdot\tau)$ появления одной, искажающей данные помехи. В свою очередь, вероятность $P_2=(\lambda\cdot\tau)^2\cdot\exp(-\lambda\cdot\tau)/2$ появления за период передачи блока двух, искажающих данные помех на 2-3 порядка ниже P_1.

При таких условиях способ коррекции должен обеспечивать эффективное гарантированное исправление битовых искажений передаваемого блока, вызванных одной помехой и надежное обнаружение битовых искажений, обусловленных двумя и более помехами.

Другая модель [1] возникновения ошибок в каналах со спектральной модуляцией под воздействием внешних помех учитывает длительность ν внешней помехи. Длительность ν воздействия внешней помехи является случайной величиной и для большинства реальных каналов передачи данных ее математическое ожидание меньше периода τ/m следования канальных сигналов: $M(\nu)<\tau/m$. При этом существует отличная от нуля вероятность того, что длительность ν воздействия внешней помехи может превысить τ/m. В этом случае, искажению могут подвергнуться несколько смежных символов информационного блока. Для большинства реальных каналов вероятность искажения одного символа на 1-2 порядка больше вероятности искажения пары смежных символов, а так, в свою очередь, на 1-2 порядка меньше вероятности искажения трех смежных символов. Поэтому на практике достаточно учитывать возможность искажения под воздействием помехи не более 2-х смежных символов.

Исходя из приведенной модели возникновения ошибок под воздействием внешних помех, необходимо обеспечить возможность коррекции битовых искажений в паре смежных символов блока.

Основными критериями эффективности средств коррекции ошибок являются:

- надежность адекватной классификации исправляемого класса битовых искажений;
- вероятностью обнаружения битовых искажений, вызванных более чем одной внешней помехой;
- числом контрольных разрядов:
- вычислительной сложностью формирования контрольного кода, проверки правильности передачи и исправления выявленных ошибок.

С ростом скорости передачи данных значимость последнего из перечисленных факторов эффективности неуклонно растет, поскольку важным является выполнение контроля в темпе передачи данных.

Обычно, для коррекции ошибок передачи данных используются корректирующие коды [1], наиболее известными из которых являются коды Рида-Соломона, БЧХ, турбо-коды. При использовании перечисленных корректирующих кодов число контрольных разрядов экспоненциально растет с увеличением кратности исправляемых ошибок. Такой же экспоненциальный характер носит зависимость вычислительной сложности процедуры формирования синдрома ошибок. Это означает, что при использовании корректирующих кодов для КСМ при имеющейся тенденции к увеличению числа k бит модулируемых одним канальным сигналом, резко возрастает число контрольных разрядов и время контроля. Другими словами, эффективность использования корректирующих кодов для КСМ с увеличением k снижается. Для увеличения эффективности применения корректирующих кодов в КСМ предложены специальные технологии [1]. Их суть состоит в том, что блок B разбивается на h субблоков $B=\{S_1,S_2,\ldots,S_h\}$, каждый u-тый, $u\in\{1,..,h\}$ из которых - S_u включает в себя m/h бит, отстоящих друг от друга в блоке на h бит: $S_u=\{b_u,b_{u+m/h},\ldots,b_{(h-1)\cdot m/h+u}\}$. Для каждого субблока вычисляется свой контрольный код. При возникновении ошибки в передаче символа, искаженные биты “рассеиваются” по разным субблокам, так, что в рамках каждого из них присутствует только один искаженный бит. Такая технология позволяет уменьшить суммарное число контрольных разрядов, но не позволяет производить контроль в темпе передачи блока, поскольку коды субблоков формируются после передачи всего блока. Это заметно увеличивает время контроля ошибок и требует больших аппаратных затрат для реализации параллельной работы h специализированных вычислителей корректирующих кодов.

С точки зрения контроля ошибок в темпе передачи блока, более эффективным является использование взвешенных контрольных сумм [2]. Предложенный в работе [2] метод коррекции ошибок в КСМ предполагает применение взвешенных контрольных сумм, при вычислении которых используются логические операции. Метод рассчитан на коррекцию битовых искажений, вызванных парой ошибок передачи канальных сигналов и не учитывает специфику ошибок, вызванных внешними помехами. Соответственно, основным его недостатком является большое число r контрольных разрядов, определяемое формулой [2]:

$$r = k\cdot(\log_2\frac{m}{k}+1) \qquad (1)$$

Вместе с тем, существует возможность уменьшить число контрольных разрядов за счет учета, в рамках метода формирования взвешенной контрольной суммы, особенностей возникновения ошибок в КСМ.

Целью исследования является повышение эффективности коррекции многократных битовых искажений, возникающих при передаче цифровых данных в КСМ под действием внешних помех.

Организация коррекции битовых искажений одного символа блока

Для решения задачи эффективной коррекции ошибок передачи данных возникающих при искажении под воздействием внешней помехи одного канального сигнала предлагается использовать арифметическую взвешенную контрольную сумму (АВКС). Сущность предлагаемого подхода состоит в следующем.

Символам X_1, $X_2,\ldots$, X_q информационного блока ставятся в соответствие весовые коэффициенты $W_1,W_2,\ldots,W_q$ разрядностью по $\log_2 q$ бит. При этом значение j-того весового коэффициента W_j определяется его порядковым номером, то есть $W_j = j$. Например, при передаче блока данных, состоящего из 7-ми символов (q=7) 3-битовые весовые коэффициенты равны $W_1 = 1$, $W_2=2,\ldots,W_7=7$.

Контрольный код блока вычисляется в виде двух компонент. Первая компонента C_1 представляет собой арифметическую сумму кодов символов блока:

$$C_1 = \sum_{j=1}^{q} Z_j \qquad (2)$$

Вторая компонента C_2 представляет собой арифметическую сумму произведений кодов символов на их весовой коэффициент:

$$C_2 = \sum_{j=1}^{q} Z_j \cdot W_j \qquad (3)$$

Например, пусть контролируемый блок B объемом 28 бит состоит из 7-ми (q=7) 4-х битовых символов (k = 4): X_1={1111}, X_2={0011}, X_3={1101}, X_4={1010}, X_5={0010}, X_6={0101}, X_7={0100}. Z_1=15, Z_2=12, Z_3 =11, Z_4=5, Z_5=4, Z_6=10, Z_7 = 2. Значение C_1 = 59, а C_2 = 186.

Двухкомпонентный контрольный код $C_S = \{C_{S1}, C_{S2}\}$ вычисляется передатчиком и отсылается приемнику. Последний по полученному блоку вычисляет код $C_R = \{C_{R1}, C_{R2}\}$ и формирует двухкомпонентный код разности $\Delta = \{\Delta_1, \Delta_2\}$, компоненты которого вычисляются как арифметическая разность одноименных компонент контрольных кодов передатчика и приемника: $\Delta_1 = C_{R1} - C_{S1}$, $\Delta_2 = C_{R2} - C_{S2}$.

Если обе компоненты разности контрольных сумм равны нулю: $\Delta_1=0$ и $\Delta_2=0$, то блок считается переданным без ошибок.

При ошибочной передаче одного канального сигнала, например j–го, $j \in \{1,\ldots, q\}$, искажению подвергаются биты одного канального символа X_j. Соответственно, коды j-го символа на передатчике - Z_{Sj} и приемнике - Z_{Rj} будут отличными. Пусть α - разность этих кодов: $\alpha = Z_{Rj} - Z_{Sj}$, очевидно, что $-(2^k-1) \le \alpha \le (2^k-1)$.

Тогда компоненты разности арифметических взвешенных контрольных сумм равны: $\Delta_1 = \alpha$, $\Delta_2 = \alpha \cdot W_j$. Коррекция ошибок выполняется следующим порядком:

1. Осуществляется операция целочисленного деления Δ_2 на Δ_1. Если остаток от деления не равен нулю, то произошло искажение более, чем одного символа блока. В этом случае, коррекция не производится, а формируется сигнал на повторную передачу блока.

2. Если остаток деления Δ_2 на Δ_1 равен нулю, то частное равно значению весового коэффициента искаженного символа - W_j. Коррекция производится последовательным нахождением номера j искаженного символа по значению W_j и определением истинного значения кода Z_{Sj} j-го символа:

$$W_j = \frac{\Delta_2}{\Delta_1}, \; j = W_j \qquad (4)$$
$$Z_{Sj} = Z_{Rj} - \Delta_1$$

Описанная процедура коррекции символа блока может быть проиллюстрирована следующим образом. Пусть в рамках приведенного выше примера ошибочно передан 3-й символ блока – $X_3=\{1101\}$ так, что на приемнике получен код $X_{R3}=\{1110\}$. Соответственно, $Z_{R3} = 7$. Компоненты контрольного кода, вычисленные на приемнике равны: $C_{R1} = 55$, $C_{R2} = 174$. Компоненты разности контрольных кодов приемника и передатчиков определяются в виде: $\Delta_1 = C_{R1} - C_{S1} = \alpha = 55-59 = -4$, $\Delta_2 = C_{R2} - C_{S2} = 174-186 = -12$. Поскольку остаток от деления Δ_2/Δ_1 равен нулю, то ситуация классифицируется как искажение одного символа. Вычисляется его весовой коэффициент: $W_j = \Delta_2/\Delta_1 = -12/(-4) = 3$. Определяется номер символа: $j=W_j=3$ и исходный код: $Z_3 = Z_{R3} - \alpha = 7-(-4) = 11$.

Важным аспектом является оценка вероятности Q_2 ложной классификации исправляемых ошибок. При искажении, в процессе передачи, двух канальных сигналов, возникают ошибки в двух символах блока. Пусть в процессе передачи искажению подверглись два символа: X_j и X_e, $j,e \in \{0,..,q-1\}$, $j<e$, причем $Z_{Rj} - Z_{Sj} = \alpha$, $Z_{Re} - Z_{Se} = \gamma$. Тогда $\Delta_1 = \alpha + \gamma$, $\Delta_2 = \alpha \cdot W_j + \gamma \cdot W_e$. Неверная классификация неисправимой ошибки в двух символах как исправимой в одном символе имеет место, если остаток от деления Δ_2/Δ_1 равен нулю, то есть существует целое N такое, что:

$$\alpha \cdot W_j + \gamma \cdot W_e = N \cdot (\alpha + \gamma) \qquad (4)$$

Проведенные экспериментальные исследования показали, что вероятность Q_2 в определяющей степени зависит от длины k символа. Эта зависимость носит экспоненциальный характер и выражается следующей эмпирической зависимостью при $k>4$: $Q_2 \approx 0.1 \cdot 2^{4-k}$. Это означает, что для современных систем передачи данных, которые характеризуются относительно большими значениями k, вероятность неадекватной классификации типа ошибки невелика. Например, при передаче блока длиной 1 Кбайт и длине символа в один байт, вероятность Q_2 составляет 0.0043. При этом следует иметь ввиду, что вероятность появления ошибки в паре символов на 2-3 порядка меньше вероятности искажения одного символа.

Число R контрольных разрядов определяется максимальной разрядностью первой C_1 и второй C_2 компонент арифметической взвешенной контрольной суммы. Поскольку максимальное значение C_1 равно $q \cdot (2^k-1)$, то разрядность этой компоненты не превышает $k + \log_2 q$. Максимальное значение компоненты C_2 равно $\sum_{i=1}^{q} (2^k - 1) \cdot i = \frac{q^2 \cdot (2^k - 1)}{2}$. Соответственно, число бит для представления C_2 равно $k + 2 \cdot \log_2 q - 1$. Таким образом:

$$R = 2 \cdot k + 3 \cdot \log_2 q + 1 \qquad (5)$$

При использовании корректирующих кодов нижняя граница G числа контрольных разрядов определяется объемом информации, необходимым для локализации k искаженных бит в m-битовом блоке.

Соответственно численное значение G определяется выражением:

формулы:

$$G = \log_2 \prod_{l=0}^{k-1} \frac{m-l}{l+1} \qquad (6)$$

Например, при разрядности символа k=8 и числе символов в блоке q=1024, число контрольных разрядов, обеспечивающих коррекцию одного символа с использованием арифметической взвешенной контрольной суммы составляет R=45, а нижняя граница числа контрольных разрядов корректирующих кодов - G = 65. Таким образом, использование арифметической взвешенной контрольной суммы позволяет уменьшить число контрольных разрядов в 1.45 раза. С развитием технологии спектральной модуляции увеличивается разрядность символа и, соответственно, отношение числа контрольных разрядов при применении корректирующих кодов и АВКС. Так, при k=10, q=1024, соотношение G/R = 1.67.

Модификация АВКС для коррекции пары смежных символов

Важную проблему обеспечения надежности передачи цифровых данных в компьютерных сетях и системах телекоммуникаций представляет воздействие внешних помех большой длительности, которое может вызвать искажение нескольких смежных символов. Для каналов передачи данных со спектральной модуляцией наибольшее значение имеет случай воздействия помехи на пару смежных канальных сигналов.

При воздействии помехи на пару смежных символов, число потенциально подверженных искажению битов резко возрастает, что имеет следствием существенно снижение эффективности использования корректирующих кодов.

Гораздо эффективнее представляется использование для коррекции таких битовых искажений специальных модификаций АВКС.

Ниже предлагается одна из таких модификаций АВКС, которая предполагает формирование контрольного кода блока в виде четырех компонент. Каждая пара смежных символов информационного блока имеет одинаковый весовой коэффициент, так, что для j–го символа блока $j \in \{1,\ldots,q\}$, весовой коэффициент W_j для четных значений j равен $j/2$, а для нечетных значений j вычисляется в виде: $W_j = \lfloor j/2 \rfloor + 1$. В частности, первый и второй символы имеют весовые коэффициенты равные единице, для третьего и четвертого символов – W_3=W_4=2.

Первая компонента C_1 представляет собой арифметическую сумму кодов символов с четными номерами в информационном блоке:

$$C_1 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{q} (1 + (-1)^j) \cdot Z_j \qquad (7)$$

Вторая компонента C_2 вычисляется как арифметическая сумма кодов символов с нечетными номерами в блоке:

$$C_2 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{q} (1 + (-1)^{j+1}) \cdot Z_j \qquad (8)$$

Третья компонента C_3 представляет собой арифметическую сумму произведений кодов символов с четными номерами в блоке на их весовой коэффициент:

$$C_3 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{q} (1 + (-1)^j) \cdot Z_j \cdot \frac{j}{2}) \qquad (9)$$

Четвертая компонента C_4 вычисляется как арифметическая сумма произведений кодов символов с нечетными индексами их весовой коэффициент:

$$C_4 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{q} (1 + (-1)^{j+1}) \cdot Z_j \cdot (1 + \lfloor j/2 \rfloor) \qquad (10)$$

Например, пусть контролируемый блок B объемом 32 бит состоит из 8-ми (q=8) 4-х битовых символов (k = 4): X_1={0001}, X_2={1010}, X_3={1100}, X_4={0101}, X_5={1000}, X_6={0010}, X_7={1001}, X_7={0110}. Z_1=8, Z_2=5, Z_3=3, Z_4 =10, Z_5=1, Z_6=4, Z_7=9, Z_8= 6. В этом случае, значения компонент контрольной суммы на передатчике: Cs_1=25, Cs_2=21, Cs_3=61, Cs_4=53.

Четырехкомпонентный контрольный код C_S ={C_{S1}, C_{S2}, C_{S3}, C_{S4}} вычисляется передатчиком и отсылается приемнику. Последний по принятому блоку вычисляет код C_R ={C_{R1}, C_{R2}, C_{R3}, C_{R4}} и формирует четырехкомпонентный код разности контрольных кодов приемника и передатчика: Δ={Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4}, компоненты которого вычисляются как арифметическая разность одноименных компонент контрольных кодов передатчика и

приемника: $\Delta_1=C_{R1}-C_{S1}$, $\Delta_2 = C_{R2} - C_{S2}$, $\Delta_3=C_{R3}-C_{S3}$, $\Delta_4 = C_{R4} - C_{S4}$.

Процесс коррекции ошибок формально описывается следующим образом:

1. Если $\Delta_1=\Delta_2=\Delta_3=\Delta_4=0$, то блок считается принятым без ошибки. Переход на конец.

2. Если $\Delta_1\neq0$, $\Delta_3 \neq 0$, а $\Delta_2=\Delta_4 = 0$, то классификация типа ошибки производится анализом кодов Δ_1 и Δ_3 . Если Δ_3 не делится нацело на Δ_1, то это значит, что ошибка относится к классу неисправляемых и тогда формируется запрос на повторную передачу блока и переход на конец. Если результатом деления Δ_3/Δ_1 является целое число, то ошибка произошла в одном символе, причем этот символ находится на четной позиции в информационном блоке. Целое частное от деления Δ_3/Δ_1 определяет весовой коэффициент W_j искаженного символа. Номер j этого символа вычисляется как удвоенное значение весового коэффициента: $j = 2\cdot W_j$.

Коррекция идентифицированного описанным способом j–го символа осуществляется путем арифметического вычитания кода Δ_1 от кода j-го символа в блоке, полученном приемником. Формально процесс коррекции можно представить следующим образом:

$$j = 2\cdot\frac{\Delta_3}{\Delta_1}, \quad Z_{S,j} = Z_{R,j} - \Delta_1 \tag{11}$$

3. Если $\Delta_2\neq0$, $\Delta_4 \neq 0$, а $\Delta_1=\Delta_3 = 0$, для классификации типа ошибки необходимо анализировать коды Δ_2 и Δ_4. Если Δ_4 не делится нацело на Δ_2, то это значит, что ошибка относится к классу неисправляемых и тогда формируется запрос на повторную передачу блока и переход на конец.

Если результатом деления Δ_4/Δ_2 является целое число, то искажению подверглись биты одного символа с нечетным порядковым номером r в блоке. При этом частное от деления Δ_4/Δ_2 соответствует весовому коэффициенту W_r искаженного символа. Вычисление порядкового номера r искаженного символа в блоке по значению весового коэффициента W_r осуществляется в виде: $r = W_r\cdot2-1$. Процесс коррекции символа аналогичен описанному выше. Формально процесс коррекции одного символа с нечетным порядковым номером в блоке описывается в виде:

$$r = 2\cdot\frac{\Delta_4}{\Delta_2} - 1, \quad Z_{S,r} = Z_{R,r} - \Delta_2 \tag{12}$$

4. Если $\Delta_1\neq0$, $\Delta_2 \neq 0$, $\Delta_3\neq 0$ и $\Delta_4 \neq 0$, то классификация типа ошибки осуществляется путем анализа остатков от деления Δ_3/Δ_1 и Δ_4/Δ_2. Если хотя бы один из остатков не равен нулю: $\Delta_3 \bmod \Delta_1\neq0$ или $\Delta_4 \bmod \Delta_2\neq0$, то ситуация классифицируется как ошибка, которая не может быть исправлена. Формируется запрос на повторную передачу и переход на конец. В противном случае, то есть если $\Delta_3 \bmod \Delta_1=0$ и $\Delta_4 \bmod \Delta_2=0$, ситуация классифицируется как искажение, под воздействием внешней помехи большой длительности, пары смежных символов передаваемого блока. В этом случае определяются весовые коэффициенты W_j и W_r, $j,r\in\{1,\ldots,q\}$, пары искаженных символов с порядковыми номерами j и r: $W_j=\Delta_3/\Delta_1$ и $W_r=\Delta_4/\Delta_2$. Если $W_j = W_r$ или $W_j=W_r+1$, то номер r первого из искаженных символов $r = 2\cdot W_r -1$, а второго – $j=2\cdot W_r$. В этом случае, коррекция j–го и r–го символов на приемнике выполняется путем вычитания из них кодов Δ_1 и Δ_2 соответственно. Формально процесс коррекции может быть представлен следующим образом:

$$j = 2\cdot\frac{\Delta_3}{\Delta_1}, r = 2\cdot\frac{\Delta_4}{\Delta_2} - 1, \quad Z_{S,j} = Z_{R,j} - \Delta_1, Z_{S,r} = Z_{R,r} - \Delta_2 \tag{13}$$

Если разница W_j и W_r превышает единицу, то есть $W_j \neq W_r$ и $W_j \neq W_r+1$, то ситуация классифицируется, как возникновение неисправимой ошибки.

Процедура коррекции пары смежных символов блока может быть проиллюстрирована следующим образом. Пусть в рамках приведенного выше примера ошибочно переданы 4-й и 5-й символы блока (j=4,r=5), так, что на приемнике вместо символов X_{S4}={0101} и X_{S5}={1000} получены искаженные их значения: X_{R4}={1000} и X_{R5}={1110}. Компоненты контрольного кода, вычисленные на приемнике равны: C_{R1} = 16, C_{R2} = 27, C_{R3} = 43, C_{R4} = 71. Компоненты разности контрольных кодов приемника и передатчика вычисляются в виде: $\Delta_1 = C_{R1}-C_{S1}$ = 16-25= -9, $\Delta_2 = C_{R2}-C_{S2}$ = 27-21 = 6, $\Delta_3 = C_{R3}-C_{S3}$ =43-61= -18, $\Delta_4 = C_{R4}-C_{S4}$ =71-53=18. Поскольку все значения Δ_1, Δ_2, Δ_3 и Δ_4

отличны от нуля и $\Delta_1 \neq \Delta_3$, то в соответствии с пп.2 и 3 анализируется остаток от деления Δ_3/Δ_1 = (-18)/(-9)=2 и Δ_4/Δ_2 =18 /6 =3. Так как остатки равны нулю: Δ_3 mod Δ_1 =(-18) mod (-9)=0 и Δ_4 mod Δ_2 =18 mod 6 =0, то ситуация классифицируется как искажение пары смежных символов блока. Весовой коэффициент W_j искаженного символа с четным номером j определяется как $W_j = \Delta_3/\Delta_1=2$, а весовой коэффициент W_r искаженного символа с нечетным номером r в блоке равен $W_r = \Delta_4/\Delta_2=3$. Соответственно, четный номер j искаженного символа вычисляется как $j=2\cdot W_j = 4$, а нечетный номер r искаженного символа равен $r = 2\cdot W_r-1= 2\cdot 3-1=5$. В соответствии с (13) осуществляется восстановление 4-го и 5-го символов: $Z_{S4}=Z_{R4}-\Delta_1=$ 1-(-9)=10, $Z_{S5}=Z_{R5}-\Delta_2=$ 7-6 = 1.

Оценка разрядности контрольного кода предлагаемой модификации АВКС может быть произведена следующим образом. Каждая из компонент C_1 и C_2 представляет собой арифметическую сумму $q/2$ положительных чисел, не превышающих 2^k-1. Соответственно, требуемое число разрядов для представления каждого кодов C_1 и C_2 равно $k+\log_2 q-1$. Каждая из компонент C_3 и C_4 является арифметической суммой $q/2$ положительных произведений кодов символов на весовые коэффициенты, образующие ряд: 1,2,…, $q/2$. Как было показано выше, число бит для представления такой суммы равно $k + 2\cdot\log_2\frac{q}{2} - 1 = k + 2\cdot\log_2 q - 3$. Таким образом, разрядность R' контрольного кода предложенной модификации АВКС определяется формулой:

$$R' = 4\cdot k + 6\cdot\log_2 q - 8 \qquad (14)$$

При использовании корректирующих кодов нижняя граница G' числа контрольных разрядов определяется объемом информации, необходимым для локализации $2\cdot k$ искаженных бит в m-битовом блоке. Соответственно численное значение определяется выражением:

$$G' = \log_2 \prod_{l=1}^{2\cdot k-1} \frac{m-l}{l+1} \qquad (15)$$

Например, при разрядности символа k=8 и числе символов в блоке q=1024, число контрольных разрядов, обеспечивающих коррекцию пары смежных символов с использованием предложенной модификации АВКС составляет R'= 84, корректирующих кодов - G' = 116, а логической взвешенной контрольной суммы – r =89. Таким образом, использование АВКС позволяет уменьшить число контрольных разрядов в 1.4 раза по сравнению с корректирующими кодами.

Изложенный подход к исправлению пары смежных искаженных символов информационного блока достаточно просто может быть обобщен на случай воздействия внешней помехи большой длительности на тройку или четверку смежных символов. Для коррекции тройки смежных символов контрольный код состоит из 6-ти компонент, а для восстановления четверки смежных символов – восьми компонент.

Выводы

В результате проведенных исследований предложены два варианта использования АВКС для коррекции ошибок в КСМ.

Доказано, что применение АВКС позволяет уменьшить число контрольных разрядов как по сравнению с корректирующими кодами, так и по сравнению с логической взвешенной контрольной суммой. Вычисление АВКС достаточно просты и осуществляются в темпе передачи данных в канале, а операции, связанные с коррекцией выполняются только при обнаружении ошибки.

Список литературы

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Издательский дом ”Вильямс”, 2004.- 1104 С.
2. Марковський О.П., Федоречко О.І., Турченко Ю.О. Корекція помилок передачі даних в каналах зі спектральною модуляцією з використанням зважених контрольних сум // Вісник Національного технічного університету України ”КПІ”. Інформатика, управління та обчислювальна техніка.- К.:ВЕК+.- 2006.-№ 45.- С.104-110.