

МАРКОВСКИЙ А.П.,
ВИНОГРАДОВ Ю.Н.,
ПОВАЖНАЯ Н.С.

К ПРОБЛЕМЕ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ДВОИЧНЫХ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ СИСТЕМ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ

Статья посвящена проблеме повышения эффективности оценки качества двоичных псевдослучайных последовательностей для защиты информации. Предложен подход к повышению эффективности тестирования псевдослучайных последовательностей. Для определения сложности последовательности с k -кратной ошибкой разработана высокопроизводительная технология, использующая нелинейную вос-производящую модель. Показано, что применения разработанной технологии позволяет уменьшить вы-числительную сложность по сравнению с известными методами и, тем самым, сделать возможным тести-рование более длинных последовательностей, что обеспечивает повышение надежности оценки их качества.

Paper is dedicated to a problem of increasing of binary pseudorandom sequences for data protection testing efficiency. The approach for increasing the effectiveness of pseudorandom sequences testing for data security system has been proposed. The highly performance techniques for testing of k -errors complexity of sequences using nonlinear reproduction model has been developed. It has been shown that implementation of proposed techniques has low calculation complexity in compare to known ones, so it make possible testing of more long sequences and thus ensure highest reliability of testing.

Введение

Генераторы псевдослучайных объектов (чисел, двоичных последовательностей и функций) широко используются в современных информационных технологиях в качестве ключевых элементов систем технической диагностики, статистического и имитационного моделирования, систем мобильной и спутни-ковой связи, при решении математических задач методами Монте-Карло, а также в компьютерных играх и развлечениях.

Важное место занимают псевдослучайные объекты в современных системах защиты информации. Особенно важную роль в этой динамично развивающейся области играют псевдослучайные двоичные последовательности (ПСДП), которые используются в качестве базового элемента одного из трех типов алгоритмов защиты информации - потоковых алгоритмов [1]. ПСДП широко используются для генерации ключей симметричных алгоритмов защиты данных и псевдослучайных двоичных строк протоколов аутентификации удаленных пользователей интегрированных систем [1].

В современных условиях роста производительности вычислительных систем и возможностей объединения значительного числа компьютеров в сеть для решения задач нарушения защиты, актуальной становится

проблема объективной оценки качества ПСДП, используемых для защиты информации.

Защитные свойства ПСДП, в теоретическом плане, определяются принципиальной невозможностью аналитического решения систем не-линейных булевых уравнений [5]. Именно это свойство булевых преобразований лежит в основе использования двоичных последовательностей и булевых функций в системах защиты информации. Исходя из этого наиболее объективным представляется оценка качества указанных средств защиты информации через свойства булевых преобразований, лежащих в их основе.

Таким образом, на современном этапе развития технологии защиты информации актуальной является задача повышения надежности методов оценки качества ПСДП.

Анализ современных методов оценки качества ПСДП

Для эффективного использования ПСДП в современных системах защиты информации они должны удовлетворять определенным критериям. В обобщенном виде можно выделить следующие критерии качества ПСДП:

1. Статистические критерии качества ПСДП, которые включают в себя [6]: оценки распределения, частотность и дисперсию основного и дифференциального распреде-

лений, оценки распределения серий, оценки стационарности статистических генерируемых чисел.

2. Критерий взаимной независимости элементов ПСДП, который оценивается путем анализа двумерного распределения для выявления взаимного влияния элементов последовательности, числовых оценок взаимной корреляции, оценки энтропии, а также анализа спектральных характеристик, позволяющего выявить наличие зашумленных периодичностей последовательности [6].

3. Возможность экстраполяции последовательности ПСДП путем построения эффективной воспроизводящей модели по заданному фрагменту [1]: формально эта возможность оценивается через параметры модели, воспроизводящей заданный фрагмент. Фактически рассматриваемый критерий позволяет оценить с теоретико-информационных позиций возможность предсказания заданного фрагмента последовательности.

В ряде работ [1,4] второй и третий критерии качества из приведенного выше перечня рассматриваются в качестве одного.

Проведенный анализ использований ПСДП для защиты информации показал, что основным критерием эффективности их применения в этой области является их непредсказуемость, невозможность построения воспроизводящей модели, способной интерполировать заданный фрагмент последовательности.

Формальной оценкой возможности экстраполяции n -битовой двоичной последовательности $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, $\forall j \in \{1, \dots, n\}: s_j \in \{0, 1\}$ выступает сложность воспроизводящей ее модели [1]. В качестве воспроизводящих моделей используется сдвиговый регистр с линейной или нелинейной булевой функцией обратной связи. Соответственно, в первом случае воспроизводящая модель называется линейной, а во втором - нелинейной [1,2].

Установлены критерии [3] оценки возможности экстраполяции последовательностей на основе параметров указанных моделей. Так, при тестировании линейной сложности $L(S)$ n -битовой последовательности S , в качестве критерия невозможности экстраполяции выступает равенство $L(S) = n/2$ [1]. Проблема состоит в том, что на практике возможна ситуация, при которой n -битовая последовательность S формально проходит

тест на линейную сложность, однако, если инвертировать в S k определенных битов (обозначим модифицированную двоичную последовательность через S''), то вполне может оказаться, что $L(S'') \ll n/2$, то есть последовательность S'' может быть экстраполирована с использованием воспроизводящей модели $R(S')$. Это означает, что можно экстраполировать и исходную двоичную последовательность S с использованием модели $R(S')$ и вероятность битовой ошибки экстраполяции будет близка к k/n [3].

Задача состоит в нахождении для фиксированного значения k такой локализации единичных компонент вектора $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, $\forall j \in \{1, \dots, n\}: c_j \in \{0, 1\}$, $c_1 + c_2 + \dots + c_n = k$, для которой значение $L(S \oplus C)$ принимает минимальное значение. Следовательно, это минимальное значение $L(S \oplus C)$ называют линейной сложностью двоичной последовательности S с k -кратной ошибкой (k -error linear complexity of sequence).

Основная проблема практического нахождения линейной сложности последовательности с k -кратной ошибкой состоит в значительной вычислительной сложности решения этой задачи. Действительно, для заданной n -битовой двоичной последовательности S вычислительная сложность построения линейной воспроизводящей модели при использовании алгоритма Berlekamp-Massey [1] при объеме требуемой памяти $2 \cdot n^2$ составляет $O(n^2)$. Следует отметить, что для упомянутого алгоритма Berlekamp-Massey понятия вычислительной и временной сложности тождественны, поскольку процедура построения линейной воспроизводящей модели в этом алгоритме имеет строго последовательный характер и не может быть распараллелена. Количество q_k возможных вариантов локализации инвертируемых битов последовательности составляет $q_k = n/k$. Если выполняется условие $k \ll n$, можно приближенно считать, что $q_k \approx n^k$. Следовательно, вычислительная сложность нахождения минимального значения $L(S \oplus C)$ составляет $O(n^{k+2})$. Учитывая, что длина последовательности, которая тестируется, составляет 10^5 - 10^6 бит с перспективой увеличения уже в ближайшие годы до 10^8 [4], то очевидной становится проблема практи-

ческой оценки тестирования средств получения случайных и псевдослучайных двоичных последовательностей для защиты информации в компьютерных системах и сетях.

Практика тестирования средств получения случайных и псевдослучайных двоичных последовательностей, ориентированных на использование в системах защиты информации, показала необходимость профиля изменения сложности последовательности при изменении в ней k бит (введении в нее k -кратной ошибки), где k изменяется от единиц до десятков [4]. Поэтому в последние годы интенсивно развивается концепция построения линейных моделей, которые воспроизводят тестируемую последовательность с k -кратной ошибкой.

В последние годы предложены ряд подходов [4], которые позволяют частично снизить вычислительную сложность рассматриваемой задачи тестирования случайности двоичных последовательностей. Снижение вычислительной сложности, достигается за счет частичного использования при формировании новой линейной воспроизводящей модели результатов построения предшествующей модели.

В современных условиях имеет место тенденция увеличения длины двоичной последовательности, которая потенциально может быть использована для нарушения системы защиты данных. Это суживает возможности тестирования двоичных последовательностей с использованием линейной воспроизводящей модели, вычислительная сложность построения которой составляет $O(n^2)$.

Поэтому к настоящему времени задача получения оценки возможности построения приближенной воспроизводящей модели ПСДП не решена. Исходя из этого, целью исследований является разработка эффективного способа оценки возможности получения приближенной воспроизводящей модели ПСДП по заданному ее фрагменту.

Использование свойств нелинейной воспроизводящей модели для оценки возможности аппроксимации ПСДП с заданной погрешностью

Для расширения возможностей тестирования двоичных последовательностей большой длины было предложено использовать нелинейную воспроизводящую модель [2].

Эта модель способна воспроизвести заданную последовательность S и представляет собой m -разрядный сдвиговый регистр, текущие значения разрядов которого образуют вектор $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, с нелинейной, частично-определенной функцией $f(X)$ обратной связи. Нелинейной сложностью $M(S)$ двоичной n -битовой последовательности S является минимальная длина - m сдвигового регистра с нелинейной функцией обратной связи, который воспроизводит последовательность S . В работе [2] теоретически доказано, что последовательность S не может быть экстраполирована, если $M(S) = 2 \cdot \log_2 n$ и предложен алгоритм формирования нелинейной воспроизводящей модели. Основное достоинство использования нелинейной воспроизводящей модели для тестирования двоичных последовательностей по сравнению с линейной состоит в том, что ее построение имеет меньшую вычислительную сложность. Так, вычислительная сложность предложенного в [2] алгоритма построения нелинейной воспроизводящей модели составляет $O(n \cdot \log_2 n)$, что существенно меньше вычислительной сложности $O(n^2)$ построения линейной воспроизводящей модели.

В настоящей работе предлагается развитие рассмотренной концепции использования нелинейной воспроизводящей модели для тестирования случайных и псевдослучайных двоичных последовательностей. В частности, предлагается расширение возможностей нелинейной модели за счет ее применения для определения сложности последовательности S с k -кратной ошибкой.

Анализ возможностей применения нелинейной воспроизводящей модели для определения сложности n -битовой двоичной последовательности S с k -кратной ошибкой позволяет выделить два способа решения этой задачи.

Первый способ позволяет оценить упрощение воспроизводящей модели при инвертировании k битов последовательности на качественном уровне, второй - дает возможность про-извести количественную оценку уменьшения длины сдвигового регистра с нелинейной обратной связью.

Сущность первого способа состоит в оценке полученного значения нелинейной сложности $M(S)$. Предложенный в [2] алгоритм получения нелинейной воспроизводящей модели тестируемой двоичной последо-

вательности S заключается в построении бинарного дерева G , описывающего частично-определенную нелинейную функцию обратной связи, причем число ярусов этого дерева соответствует значению нелинейной сложности $M(S)$. Как показано в [2], математическое ожидание $M(S)$ составляет $2 \cdot \log_2 n$. Вполне очевидно, что превышение значения $M(S)$ уровня $2 \cdot \log_2 n$ косвенно связано с несбалансированностью бинарного дерева G . В свою очередь, несбалансированность дерева G свидетельствует о возможности уменьшения числа его ярусов за счет его балансирования путем изменения k ребер, что тождественно инвертированию k битов тестируемой двоичной последовательности S . Доказано [2], что значение нелинейной сложности имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $2 \cdot \log_2 n$ и среднеквадратичным отклонением $0.5 \cdot \log_2 n$. Соответственно, вероятность P_1 того, что для полностью случайной последовательности S значение нелинейной сложности $M(S)$ превысит $2 \cdot \log_2 n$, определяется в виде [2]:

$$P_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi} \cdot \log_2 n} \cdot \int_{2 \cdot \log_2 n}^{M(S)} e^{-\frac{(x-2 \cdot \log_2 n)^2}{0.5 \cdot \log_2^2 n}} dx \quad (1)$$

Вычисленное с помощью функции Лапласа значение P_1 сравнивается с пороговым значением P_{II} и, при условии $P_1 > P_{II}$, принимается решение о несоответствии тестируемой последовательности критерию невозможности экстраполяции с небольшой ошибкой.

Предложенный способ прост в реализации и может быть, модифицирован для линейной воспроизводящей модели. В работе [5] указывается, что "последовательность с большим (относительно уровня $n/2$) значением линейной сложности может быть аппроксимирована последовательностью с низким уровнем сложности".

Второй способ не предусматривает перебор всех возможных локализаций модифицируемых битов тестируемой последовательности, а основан на анализе функции обратной связи нелинейной воспроизводящей модели.

Сущность второго способа состоит в вычислении веса Хемминга дифференциала частично определенной булевой функции $f(X)$ обратной связи по каждой из перемен-

ных x_1, \dots, x_m . Вычисленный вес Хемминга сравнивается с заданным значением k - допустимой кратности ошибки аппроксимации.

Вес Хемминга $HW(\partial f(X)/\partial x_1)$ дифференциала частично определенной булевой функции $f(X)$ по переменной x_1 , определяется следующим образом [2]:

$$HW\left(\frac{\partial f(X)}{\partial x_1}\right) = \sum_{x_2, \dots, x_m \in Z_1} \delta(f(x_1, x_2, \dots, x_m), f(\bar{x}_1, x_2, \dots, x_m)) \quad (2)$$

где функция $\delta(y_1, y_2) = y_1 \oplus y_2$, если обе булевы переменные y_1, y_2 определены, то есть $\delta(y_1, y_2) = 0$ и $y_1, y_2 \in \{0, 1\}$, если значение хотя бы одной из переменных y_1, y_2 не определено; Z_1 - множество всех 2^{m-1} возможных наборов значений булевых переменных x_2, \dots, x_m . Поскольку нелинейная модель в виде сдвигового регистра с функцией обратной связи $f(X)$ воспроизводит последовательность S , то фактически значение $q = HW(\partial f(X)/\partial x_1)$ соответствует числу ошибочных битов при воспроизведении последовательности S сдвиговым регистром с функцией обратной связи $f(x_1 \oplus 1, x_2, \dots, x_m)$. Так, значение $q = HW(\partial f(X)/\partial x_1)$ равно числу битов последовательности S , которые будут неверно воспроизведены нелинейной моделью без учета старшего разряда сдвигового регистра, то есть с помощью $(m-1)$ -разрядного сдвигового регистра.

Из сказанного следует, что если выполняется одно из условий $q = HW(\partial f(X)/\partial x_1) \leq k$ или $q = HW(\partial f(X)/\partial x_1) > n - k$, тестируемая двоичная последовательность S может быть аппроксимирована последовательностью S' с ошибкой $d = \min\{q, n - q\}$ не большей, чем в k битах, причем, нелинейная сложность последовательности S' на единицу меньше по сравнению с нелинейной сложностью заданной последовательности S : $M(S') = M(S) - 1$.

Изложенное иллюстрируется следующим примером. Пусть задана двоичная последовательность $S = \{1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0\}$, в точности совпадающая с последовательностью, приведенной в качестве примера в работе [2]. Нелинейная сложность приведенной последовательности S равна 3-м: $M(S) = 3$. Значения частично-определенной нелинейной функции $f(x_1, x_2, x_3)$ обратной связи сдвигового регистра приведены в таблице 1.

Табл. 1. Таблица истинности частично-определенной функции $f(x_1, x_2, x_3)$

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	-
0	0	1	0
0	1	0	-
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	-

Значение $q = HW(\partial f(x_1, x_2, x_3) / \partial x_1) = 1$. Получим, что заданную последовательность S можно аппроксимировать с одним ошибочным битом последовательностью $S' = \{1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0\}$, нелинейная сложность которой равна 2: $M(S'') = 2$. Такое значение нелинейной сложности свидетельствует о том, что последовательность S' может быть воспроизведена нелинейной моделью в виде 2-разрядного сдвигового регистра и функцией $\varphi(x_2, x_3)$ обратной связи, значения которой представлены в таблице 2.

Важным является определения затрат вычислительных ресурсов, требуемых для реализации предложенного способа тестирования. Вычислительная сложность формирования веса Хемминга дифференциала частично определенной нелинейной булевой функции $f(X)$ от m переменных по переменной x_1 определяется перебором половины таблицы истинности $f(X)$ и составляет $O(2^{m-1})$. Для нелинейной модели $m \approx 2 \cdot \log_2 n$ [2], поэтому $O(2^{m-1}) = O(2 \cdot n)$.

Табл. 2. Таблица истинности частично-определенной функции $\varphi(x_2, x_3)$

x_2	x_3	$\varphi(x_2, x_3)$
0	0	-
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Если учитывать вычислительную сложность построения нелинейной воспроизводящей модели - $O(n \cdot \log_2 n)$ [2], результатом которого является формирование таблицы, получаем, что вычислительная сложность определения возможности уменьшения на единицу сложности нелинейной воспроизводящей модели за счет d ошибок аппроксимации заданной двоичной последовательности, составляет $O(n \cdot (\log_2 n + 2))$. Это означает, что затраты вычислительных ресурсов на реше-

ние указанной задачи незначительно превышают вычислительную сложность построения самой нелинейной воспроизводящей модели.

Полученное значение вычислительной сложности существенно меньше по сравнению с использованием для решения аналогичной задачи линейной воспроизводящей модели [4], поскольку в последнем случае затраты вычислительных ресурсов экспоненциально зависят от кратности k допустимой ошибки аппроксимации - $O(n^k)$. Важно, что значительное уменьшение вычислительной сложности для определения возможности упрощения воспроизводящей модели за счет некоторого количества ошибок аппроксимации заданной двоичной последовательности достигается за счет следующих трех факторов:

- Использование нелинейной воспроизводящей модели, размерность $2 \cdot \log_2 n$ которой существенно меньше размерности $n/2$ линейной модели.

- Применение предложенного подхода сопряжено с существенно большими объемами требуемой памяти по сравнению с методами [4,5], основанными на использовании линейной модели. Это объясняется тем, что при использовании нелинейной воспроизводящей модели формируемая нелинейная функция хранится в виде таблицы истинности, а при линейной воспроизводящей модели функция обратной связи формируется в алгебраической форме, требующей намного меньшего объема памяти. Также, табличное представление функции обратной связи позволяет ускорить операции, связанные с вычислением ошибки аппроксимации. Вместе с тем, повышенный объем требуемой памяти не выходит за рамки возможностей практической реализации. Так, данный способ оценки возможности аппроксимации требует памяти, объем которой составляет $2 \cdot 2^m = 8 \cdot n$ бит. Для типовой длины тестируемой последовательности 10^6 бит, требуемый объем памяти - около одного мегабайта, что вполне реализуемо современными техническими средствами.

- В данном способе задача тестирования сужена: в разработках [4,5] определяется минимальная сложность воспроизводящей модели при всех возможных k -битовых ошибках аппроксимации. Предложенное решение позволяет выявить возможность

уменьшения сложности воспроизводящей модели при всех возможных k -битовых ошибках аппроксимации. На практике тестирования двоичных случайных и псевдослучайных последовательностей определение такой возможности вполне может быть приемлемым результатом [3].

Для определения минимальной сложности нелинейной воспроизводящей модели при всех возможных k -битовых ошибках аппроксимации заданной последовательности, предложенная процедура может быть применена рекурсивно.

Пусть задана последовательность S длиной n бит и кратность допустимых ошибок аппроксимации S нелинейной воспроизводящей моделью с минимальной длиной сдвигового регистра составляет k битов. Надо определить минимальную длину сдвигового регистра с нелинейной функцией обратной связи, способного воспроизвести последовательность S с ошибками не более чем в k битах.

Рекурсивное применение предложенной процедуры осуществляется в следующем порядке:

1. Для заданной двоичной последовательности S строится нелинейная воспроизводящая модель и частично определенная функция $f(X)$ обратной связи, количество m аргументов которой определяет нелинейную сложность $M(S)$ последовательности S .

2. Для функции по формуле (2) вычисляется Хеммингов вес ее дифференциала по переменной, которая соответствует старшему разряду сдвигового регистра: $q = HW(\partial f(x_1, \dots, x_m) / \partial x_1)$. Вычисляется значение $d = \min\{q, n - q\}$.

3. Если $d \leq k$, то в последовательности S инвертируются биты, которые обуславливают зависимость функции $f(X)$ от переменной x_1 . Значение уменьшается на величину d : $k := k - d$. Если $k > 0$, то возврат на пп.1, в ином случае $M(S) := M(S) - 1$.

4. Если $M(S) < 1.5 \cdot \log_2 n$, то проведенное тестирование двоичной последовательности свидетельствует о нецелесообразности применения генератора, с использованием которого получена последовательность, в системах защиты информации.

Вычислительная сложность реализации приведенной рекурсивной процедуры определяется количеством h шагов рекурсии и составляет $O(h \cdot (n+2) \cdot \log_2 n)$. Это значительно меньше по сравнению с вычислительной сложностью $O(n^{k+2})$ решения рассматриваемой задачи с использованием известных способов, основанных на линейной воспроизводящей модели.

Выводы

В результате проведенных исследований предложен способ тестирования генераторов случайных и псевдослучайных двоичных последовательностей, ориентированных для использования в системах защиты информации. Способ позволяет оценивать возможность экстраполяции двоичных последовательностей с использованием нелинейной воспроизводящей модели, а также, за счет меньшей по сравнению с известными методами вычислительной сложности, обеспечивать возможность существенно увеличить длину тестируемой последовательности и, тем самым, позволяет повысить достоверность оценки пригодности генератора случайных или псевдослучайных последовательностей для систем защиты информации.

Так, тестирование возможности аппроксимации последовательностей длиной 10^8 бит известными методами сопряжено со значительными техническими трудностями [3], в то время как экспериментально доказано, что тестирование таких последовательностей с использованием предложенного способа осуществляется достаточно просто. Обеспечиваемая предложенным способом возможность тестирования длинных последовательностей позволяет существенно повысить достоверность оценки качества генераторов случайных и псевдослучайных двоичных последовательностей применительно к их использованию в системах защиты информации. Достигаемое использованием разработанного способа увеличение оперативности тестирования потенциально позволяет повысить качество проектирования средств генерации случайных и псевдослучайных последовательностей.

Список литературы

1. Иванов М.А., Чугунков И.В. Теория, применение и оценка качества генераторов псевдослучайных последовательностей. М.: КУДИЦ-ОБРАЗ.- 2003 – 260 с.

2. Марковский А.П., Мустафа Акрам Ареф Найеф, Бойко А.В. Об одном подходе к определению сложности случайных и псевдослучайных двоичных последовательностей // Вісник національного технічного університету України "КПІ". Інформатика, управління та обчислювальна техніка. – 2002.- №37.- С.120-129.
3. Самофалов К.Г., Марковський О.П., Абабне О.А. Оцінка якості генераторів двійкових послідовностей з використанням нелінійної відтворюючої моделі // Проблеми інформатизації та управління. Збірник наукових праць: Випуск 1(19).-К.,НАУ.- 2007.- С.142-147.
4. Чугунков И.В. Система оценки качества генераторов псевдослучайных кодов. // Научная секция МИФИ-2000.- Т.11,12.- С.45-46.
5. Gutierrez J., Shparlinski I.,A., Winterhof A. On the Linear and Nonlinear Complexity Profile on Nonlinear Pseudorandom Number Generators // IEEE Trans. Information Theory.-2003.- Vol. 49.- № 1. – P.60-64.
6. Kurosava K., Sato F., Sakata T., Kishimoto W. A relationship between linear complexity and k-error linear complexity. // IEEE Trans. Information Theory, 2000.- V.46,-№3.-P.694-698.
7. Meidl W., Niederreiter H. On the expected value of the linear complexity and the k-error linear complexity of periodic sequences // IEEE Transaction of Information Theory.- 2002.- Vol. 48.- № 11. - P.2817-2825.
8. NIST Special Publicaion 800-22: A Statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number. 2000. -348 p.