УДК 519.5:681:513

ПАВЛОВ О.А.,
ЛІЩУК К.І.,
ШТАНЬКЕВИЧ О.С.,
ІВАНОВА Г.А.,
ФЕДОТОВ О.П.

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ (ВЕРСІЯ 1,2)

В статті розглядаються дві версії модифікованого методу аналізу ієрархій для випадку великої кількості альтернатив. Наведений приклад, який демонструє правильність запропонованої модифікації МАІ.

In article two version of modification of the Analytic Hierarchy Process by T.Saaty (AHP), which may used for big amount of alternative is considered. An example, which demonstrate the adequacy of proposed technique is given.

Вступ

Метод аналізу ієрархій, запропонований Т.Сааті [1-3], в теперішній час є одним із найбільш використовуваних методів вирішення задач багатокритеріального вибору. Однак, класична реалізація даного методу має декілька недоліків та обмежень, а саме:

а) велика кількість експертної інформації, яка представляє собою множину оцінок переваг, отриманих в результаті попарних порівнянь альтернатив та критеріїв;

б) обмеження на кількість альтернатив, які одночасно порівнюються – не рекомендується більше 9;

в) матриці попарних порівнянь, з якими працює МАІ повинні бути повністю узгодженими, однак, найчастіше отримані матриці попарних порівнянь є не повністю узгодженими в силу впливу на експерта різних факторів та властивостей оцінюваних альтернатив.

В [4,5] запропоновані та обґрунтовані моделі оптимізації для знаходження ваг об‘єктів по емпіричним матрицям попарних порівнянь, які дозволяють знаходити ваги об‘єктів по неповністю узгодженим матрицям попарних порівнянь. Тому актуальною залишається проблема розширення області застосування МАІ на випадок великої кількості альтернатив (істотно перевищуючих їх звичайну кількість, при якому застосування МАІ вважається коректним). Подібна задача може виникнути в двох випадках:

а) найкраща альтернатива не обирається з набору реально існуючих альтернатив, а альтернативи генеруються штучно для вибору найкращої, після чого в реалізацію цієї альтернативи вкладаються істотні ресурси;

б) штучно генеруються альтернативи; за допомогою МАІ знаходяться результуючі ваги, по яким будується опис глобальної мети.

Коректне обґрунтування пропонованих модифікацій МАІ можливо лише в тому випадку, коли задається формальна модель, якій відповідають емпіричні матриці попарних порівнянь останнього рівня ієрархії МАІ. В цьому випадку можна досліджувати емпіричні (статистичні) властивості алгоритмів, їх ефективність, пропонувати практичні рекомендації їх використання.

Модель емпіричних матриць попарних порівнянь останнього рівня ієрархії МАІ

Розглянемо наступну задачу багатокритеріального вибору: маємо глобальну мету та ряд альтернатив $A_1,\ldots A_m$. За допомогою МАІ необхідно знайти ваги $\omega_1,\ldots\omega_m$ об‘єктів (альтернатив, критеріїв) по відношенню до деякої властивості, мети (критерію). Ваги визначаються за емпіричною матрицею попарних порівнянь $(\gamma_{ij})_1^m$, яка задається експертом (експертами). Число γ_{ij} задається експертом та показує у скільки разів вага об‘єкту A_i більше ваги об‘єкту A_j по відношенню до заданої мети (критерію). Розглянемо довільні альтернативи A_i, A_j, які порівнюються експертом (експертами) за ефективністю відносно довільного критерію попереднього рівня ієрархії МАІ.

В ідеальному випадку, тобто в випадку, коли припускається, що на експерта не впливають фактори, які перетворюють його рі-

шення (його компетентність, кількість альтернатив, для яких будується матриця попарних порівнянь, неоднозначність якісного опису критерію, технологія та послідовність заповнення емпіричної матриці попарних порівнянь, психологічні фактори, тощо), значення емпіричного коефіцієнту γ_i не залежить не від кількості альтернатив, з яких знаходиться найкраща, а ні від їх складу. Тоді $\gamma_{ij} = \frac{\varpi_i}{\varpi_j}$ в будь-якій емпіричній матриці попарних порівнянь при попарному порівнянні альтернативи A_i з альтернативою A_j, $\omega_i,\omega_j \geq 0$ інтерпретуються як ідеальні значення ваг альтернатив A_i та A_j.

Тепер розглянемо випадок, в якому реально на рішення експерта діють обурюючи фактори. Формально дія цих факторів пропонується описувати за допомогою параметричного імовірнісного розподілу. Закономірності, які визначають значення та зміну параметрів імовірнісного розподілу (імовірнісних розподілів) як й сам імовірнісний розподіл (імовірнісні розподіли) є формальною моделлю факторів, які перетворюють рішення експерта (експертів).

Примітка. Для дослідження ефективності запропонованих моделей оптимізації, використаний параметричний рівномірний розподілу, як один з найбільш жорстких розподілів. Всі версії та їх реалізації модифікованого МАІ можуть біти використані для цієї моделі емпіричної матриці попарних порівнянь останнього рівня ієрархії МАІ.

Спочатку модифікацію МАІ наведемо для дворівневої ієрархії, потім отримані результати адаптуємо для загального випадку. Необхідно відмітити, що дворівнева ієрархія має самостійне практичне значення.

Модифікований метод аналізу ієрархій для дворівневої структури

Нехай дерево ієрархій має наступний вигляд:

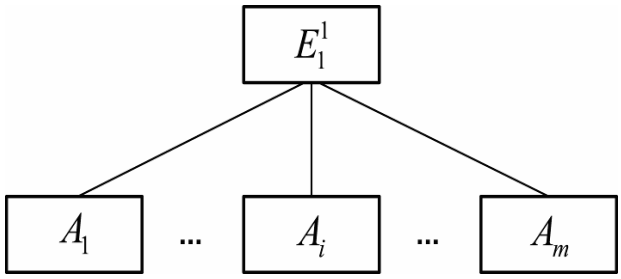

Рис. 1. Дерево ієрархії з дворівневою структурою

На Рис. 1 m – кількість альтернатив, достатньо велике число.

ММАІ (перша версія)

Відповідає випадку, коли яка-небудь інформація про закономірності перекручування емпіричних значень γ_{ij} відсутня. Маємо одну емпіричну матрицю попарних порівнянь розміру $m \times m$.

Застосовувати в цьому випадку класичний МАІ неможна. Пропонується оцінки ваг виконувати з використанням моделей оптимізації, а результуючий вибір проводити у відповідності зі значеннями критеріїв M_1,M_2 (детально процедура описана у статтях [4,5]). Результати статистичного аналізу показують, що використання моделей оптимізації:

а) дозволяє використовувати частково заповнені матриці попарних порівнянь;

б) отримувати оцінки ваг (для великих m) в середньому краще, ніж класичний МАІ;

в) в залежності від значень критеріїв M_1 та M_2 виконувати обґрунтований вибір найкращої альтернативи (значення M_1 та M_2 невеликі) або використовувати отримані результати в якості попереднього аналізу ефективності альтернатив з заданої множини.

ММАІ (друга версія)

Помилка у визначенні γ_{ij} зростає зі збільшенням розмірності емпіричної матриці попарних порівнянь.

ММАІ (друга версія) реалізується в декілька етапів.

Етап 1.

По вихідній емпіричній матриці попарних порівнянь з використання моделей оптимізації по значенням критеріїв M_1,M_2 або за допомогою моделей, які наведені в [4], знаходяться оцінки ваг ω_i альтернатив $A_i, i = \overline{1,m}$.

Примітка. Враховуючи результати статистичного моделювання можна безпосередньо використовувати моделі 4, 5, 7.

Альтернативи впорядковуються у відповідності з убуванням значень $\varpi_i, i = \overline{1,m}$.

Етап 2.

Обираються найкращі m_2 ($m_2 \leq 15$) альтернативи та для них пропонується експерту

(експертам) знову побудувати емпіричну матрицю попарних порівнянь.

Примітка. Число 15 – це максимальна кількість альтернатив, яка зустрічається у відомій авторам літературі, яка дозволяє коректно розв‘язати практичну задачу вибору найкращої альтернативи за допомогою класичного МАІ.

Далі для заново побудованої матриці попарних порівнянь повторюється Етап 1.

Етап 3.

Для m_3 ($m_3 \leq 7 \div 9$) найкращих альтернатив, які визначені на Етапі 2 знову експертом (експертами) визначається матриця попарних порівнянь. По цій матриці за допомогою класичного МАІ або за допомогою моделей оптимізації, які наведені в [4] оцінюються ваги альтернатив. Найкращою є альтернатива з найбільшою вагою.

Задача статистично значимо вирішена вірно, якщо на Етапі 3 емпірична матриця попарних порівнянь виявилась добре узгодженою.

При проведенні статистичних досліджень емпірична матриця попарних порівнянь генерувалась з еталонної (ідеально узгодженої) шляхом імовірнісного відхилення її елементів за принципом:

$$\gamma_{ij}^{*} = \gamma_{ij} + k_{ij}\gamma_{ij} \qquad (1)$$

де модулі коефіцієнтів k_{ij} задавалися параметричним рівномірним розподілом, границі якого залежали від розмірності емпіричної матриці попарних порівнянь згідно Табл. 1, а знак k_{ij} задавався рівноймовірно.

В результаті статистичного моделювання найкраща альтернатива в кожному випадку знаходилась вірно. При моделюванні довільна емпірична матриця попарних порівнянь 7×7 (на Етапі 3) задавалась добре узгодженою (з малим рівнем помилок експертів).

Табл. 1. Границі рівномірного розподілу $|k_{ij}|$ в залежності від розміру матриці попарних порівнянь

Кількість альтернатив	Границі рівномірного розподілу $\|k_{ij}\|$
20	(0; 0,15)
30	(0; 0,20)
40	(0,05; 0,25)
50	(0,10; 0,30)
60	(0,15; 0,35)
70	(0,2; 0,4)

Приклад використання модифікованого методу аналізу ієрархій для дворівневої структури

Маємо 70 альтернатив, серед яких необхідно визначити переможця відносно деякого глобального критерію. Нехай ці альтернативи мають ваги, нормовані значення (сума дорівнює одиниці) яких наведені в Табл. 2 (природно припускається, що ці ваги на практиці невідомі).

Табл. 2. Нормовані еталони ваги альтернатив

№	Вага	№	Вага	№	Вага
1	0,02382481	25	0,00306957	49	0,00682838
2	0,00955014	26	0,00324009	50	0,00169459
3	0,02249443	27	0,02348073	51	0,02326341
4	0,01402535	28	0,01173888	52	0,01879676
5	0,02113500	29	0,02191203	53	0,01589583
6	0,02329004	30	0,00687466	54	0,01305656
7	0,01112283	31	0,01160676	55	0,02043728
8	0,01696852	32	0,01951981	56	0,00256201
9	0,01539390	33	0,02355131	57	0,02367316
10	0,01084301	34	0,00163997	58	0,02313647
11	0,01235783	35	0,01933938	59	0,01081000
12	0,01379027	36	0,01659109	60	0,00115500
13	0,00467520	37	0,01935597	61	0,00345337
14	0,00972133	38	0,02289772	62	0,02306069
15	0,00817688	39	0,01275461	63	0,00835715
16	0,01904103	40	0,01143995	64	0,01408617
17	0,01626562	41	0,01260273	65	0,02048480
18	0,01673642	42	0,02041830	66	0,00246058
19	0,00579612	43	0,01738300	67	0,00688988
20	0,01792782	44	0,01653572	68	0,02350822
21	0,02256418	45	0,00948436	69	0,01217243
22	0,00922108	46	0,02305618	70	0,02036092
23	0,01278091	47	0,00717709		
24	0,01002018	48	0,02046352		

Позиції при впорядкуванні еталонних ваг за убуванням: 1, 57, 33, 68, 27, 6, 51, 58, 62, 46, 38, 21, 3, 29, 5, 65, 48, 55, 42, 70, 32, 37, 35, 16, 52, 20, 43, 8, 18, 36, 44, 17, 53, 9, 64, 4, 12, 54, 23, 39, 41, 11, 69, 28, 31, 40, 7, 10, 59, 24, 14, 2, 45, 22, 63, 15, 47, 67, 30, 49, 19, 13, 61, 26, 25, 56, 66, 50, 34, 60. Таким чином, дійсним переможцем є альтернатива під номером 1.

Альтернативи порівнюються експертом (експертами), в результаті чого формується емпірична матриця попарних порівнянь, яка є погано обумовленою. В нашому прикладі емпіричну матрицю будуємо на основі ідеально узгодженої (елементи якої – відношен-

ня ваг з табл. 2) шляхом імовірнісного відхилення (зашумлення) її елементів за принципом (1), де k_{ij} – імовірнісний коефіцієнт, такий що модуль $|k_{ij}|$ розподілений рівномірно в інтервалі $(0,2; 0,4)$, а знак k_{ij} визначається випадково з рівною імовірністю. Побудована емпірична матриця попарних порівнянь наведена в Табл.3 - 7.

Табл. 3. Емпірична матриця попарних порівнянь (стовпці 1-14)

№ / №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1,0000	1,4013	1,4230	0,8725	0,7684	1,4321	2,8311	1,8276	0,8356	2,8568	1,1272	2,2620	2,7341	3,2395
2	0,7136	1,0000	0,2435	0,8920	0,2657	0,2270	0,5432	0,3290	0,8074	1,2125	1,1214	0,9215	2,9185	1,2958
3	0,7027	4,1070	1,0000	1,0892	0,6019	0,5170	2,8365	0,7044	0,9296	2,8854	1,0289	2,3209	2,5156	3,1113
4	1,1461	1,1210	0,9181	1,0000	0,4381	0,3253	1,8151	1,1894	0,4641	1,7008	1,5550	0,6411	4,4737	1,9317
5	1,3014	3,7631	1,6615	2,2826	1,0000	1,2457	2,6093	0,7814	0,7793	1,3064	2,3724	0,9263	6,3948	1,0994
6	0,6983	4,4046	1,9343	3,0739	0,8028	1,0000	1,3168	0,7964	2,1696	1,4570	1,1395	0,9163	2,5978	3,5927
7	0,3532	1,8409	0,3526	0,5509	0,3832	0,7594	1,0000	0,8896	0,4436	1,4053	1,2151	1,1763	1,5446	1,6636
8	0,5472	3,0396	1,4197	0,8408	1,2797	1,2556	1,1241	1,0000	0,6625	0,9198	0,8438	0,8288	4,7884	2,3579
9	1,1968	1,2385	1,0757	2,1548	1,2831	0,4609	2,2541	1,5094	1,0000	0,7746	1,8681	1,5830	4,4098	2,3579
10	0,3500	0,8248	0,3466	0,5880	0,7655	0,6864	0,7116	1,0872	1,2911	1,0000	1,1511	0,4917	1,5727	1,6575
11	0,8872	0,8917	0,9720	0,6431	0,4215	0,8776	0,8230	1,1851	0,5353	0,8688	1,0000	1,2501	3,9297	1,7016
12	0,4421	1,0852	0,4309	1,5599	1,0795	1,0913	0,8501	1,2065	0,6317	2,0338	0,7999	1,0000	1,6081	0,7751
13	0,3658	0,3426	0,3975	0,2235	0,1564	0,3849	0,6474	0,2088	0,2268	0,6359	0,2545	0,6219	1,0000	0,6570
14	0,3087	0,7717	0,3214	0,5177	0,9096	0,2783	0,6011	0,4241	0,4241	0,6033	0,5877	1,2902	1,5220	1,0000
15	0,2555	1,3645	0,2703	0,9704	0,2752	0,2410	1,3736	0,3320	0,3994	0,5268	0,4813	0,9151	1,2007	1,4772
16	1,1850	3,3611	0,6430	0,9295	1,3015	1,4986	1,3064	0,8369	1,7799	3,1031	1,0705	2,3053	2,7232	3,1623
17	0,9787	2,7456	0,5475	0,7802	0,5328	0,5331	0,9875	1,6188	0,8064	1,0840	0,9058	1,7707	6,2528	2,8839
18	0,4966	1,3036	1,3924	1,9041	1,2191	0,5008	2,7035	0,7494	0,7644	1,1141	1,0008	2,0000	5,9152	1,3170
19	0,4068	0,4651	0,1751	0,8222	0,4546	0,3884	0,3849	0,4954	0,2716	1,0286	0,9073	0,2890	1,8577	0,8957
20	1,1118	3,0950	1,3093	2,2406	1,3166	0,5697	1,1962	1,5625	0,8219	1,2289	1,0764	0,9022	2,8922	2,9104
21	1,7374	1,6542	1,7545	2,8616	1,7812	1,6462	2,9445	2,4953	2,4422	3,8456	3,2306	1,1949	8,0950	3,8014
22	0,2594	1,7875	0,6224	1,2207	0,3044	0,6148	0,5812	0,3940	1,0206	1,5436	1,2606	0,4473	1,4141	0,6514
23	0,8884	0,9683	0,4157	1,3763	1,1085	0,9650	2,1968	1,3097	1,6456	0,8291	0,7518	1,8194	2,0094	1,9585
24	0,2993	1,6556	0,3037	0,5287	0,8582	0,8204	0,6089	0,4446	1,1515	0,6307	1,5188	1,2646	3,2124	0,7536
25	0,2263	0,5130	0,0955	0,3497	0,1044	0,2123	0,2122	0,2894	0,3495	0,1894	0,1883	0,3640	0,4789	0,2409
26	0,0984	0,5435	0,2458	0,1658	0,2616	0,2217	0,2119	0,1409	0,1407	0,4586	0,4156	0,1580	0,5236	0,2472
27	0,7229	3,9492	1,5160	2,6316	0,7807	0,7160	1,5796	0,9948	2,7508	1,4567	1,2680	3,0392	3,6950	4,4181
28	0,8877	0,8600	0,8458	1,4064	0,4037	0,3503	1,9538	1,1002	0,5190	0,8305	1,6450	0,6247	4,7406	1,9068
29	1,4642	1,5969	0,6873	1,1508	1,5429	1,3528	1,3468	2,0079	2,2181	1,5196	2,5664	1,0683	6,6997	1,6978
30	0,2200	1,1145	0,5518	0,3449	0,5279	0,5328	0,4200	0,2947	0,6871	1,0546	0,4052	0,3422	2,8159	1,3280
31	0,3365	2,1981	0,8850	1,2518	0,3671	0,3463	0,7504	1,0773	1,2235	0,7277	0,6786	0,5721	4,3688	2,0389
32	1,2789	1,5171	0,6536	2,4404	0,6729	0,5973	1,3227	1,7175	1,9150	1,3212	2,9502	2,7783	6,3662	1,4268
33	0,6855	1,6448	0,7977	1,2778	0,7577	0,6809	4,1594	1,0344	2,4986	4,1066	1,4377	3,0487	7,9210	4,2086
34	0,0499	0,1221	0,0489	0,0842	0,0518	0,1348	0,1117	0,1543	0,1692	0,2803	0,2071	0,1781	0,5813	0,3207
35	1,1783	1,4515	1,3029	0,9655	1,4326	0,6001	1,2672	1,9217	2,1798	3,1834	1,0509	0,9358	6,2821	1,3503
36	0,5327	1,2289	1,2396	2,2939	1,3755	1,1804	1,0901	1,6814	0,7570	2,2313	1,0163	1,9598	2,4059	1,2738
37	1,1923	1,3881	1,3732	0,9822	1,6531	0,5698	3,0091	2,2343	0,9443	1,3410	2,4415	2,3977	7,1489	3,5358
38	0,7122	4,0912	0,7173	1,1123	0,7709	1,5047	3,1753	0,9936	1,0411	3,1818	3,3697	3,0051	3,4219	4,4046
39	0,4011	0,9221	0,4110	0,6423	0,4249	0,9055	0,8608	1,2769	0,6143	0,8124	0,6898	1,4253	4,6076	2,3541
40	0,7895	0,8605	0,9351	0,6105	0,9699	0,9798	0,7244	0,5037	0,5388	0,7550	1,3398	1,6086	1,6890	1,7687
41	0,8546	1,8926	0,9063	0,6200	0,4117	0,8061	0,8660	1,3759	0,6077	0,8487	1,5720	1,3999	4,2372	0,9936
42	0,6459	3,3198	0,6395	2,1862	1,5697	0,5879	1,2294	1,9478	0,9004	2,8163	2,3978	2,5109	6,6685	3,7489
43	0,5324	1,2240	1,4294	1,7977	1,2803	0,5396	1,1071	1,7183	0,8056	1,1125	1,0189	0,9490	2,5647	3,0956
44	1,3407	3,4394	0,5596	0,8080	1,4270	0,4845	2,7813	0,6571	0,8017	2,6895	2,2344	0,8511	5,1225	1,2113
45	0,5942	1,7987	0,3229	1,2064	0,8593	0,7870	0,6338	0,4065	0,4434	1,3867	0,5890	0,5288	3,9407	0,7206
46	0,6548	3,5867	1,6552	1,1880	0,8139	0,7039	3,2413	1,9793	1,1031	1,5088	1,3894	1,1175	3,5381	1,5855
47	0,4567	1,4847	0,2422	0,7794	0,2574	0,5507	0,4314	0,3068	0,3235	0,4631	1,0853	0,9133	1,1806	0,5188
48	1,3825	3,6457	1,4809	2,4782	0,7185	1,5954	2,8973	0,8733	0,9775	1,3662	2,9360	2,4642	3,2683	1,5282
49	0,5360	0,5335	0,2163	0,3343	0,2351	0,5824	0,4614	0,2911	0,3060	0,4665	0,7957	0,3397	2,4289	0,4824
50	0,0477	0,1356	0,0548	0,0823	0,0538	0,1438	0,1054	0,0693	0,1940	0,1199	0,0936	0,2149	0,2667	0,3192

№ / №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
51	0,6933	3,6847	0,7093	2,7375	0,8378	1,5691	1,4085	2,0285	2,6845	1,5056	3,5700	2,8690	8,8249	1,8260
52	1,1536	1,4884	1,3026	2,0384	1,4080	1,2059	1,1772	0,7954	0,8769	1,2120	1,0960	2,1504	2,8656	3,7677
53	1,3325	1,2298	0,4951	0,8636	1,1425	0,4920	1,0266	0,6420	0,7243	2,5520	0,8603	1,9351	2,4727	1,2401
54	0,4074	0,9829	0,4325	1,6541	1,0076	0,3928	1,9802	1,3971	1,4442	0,9241	1,7839	0,7153	1,9928	1,9709
55	0,6073	1,5059	1,4154	2,6644	1,5522	0,6235	1,3653	0,8395	2,3816	3,6954	1,1949	1,1211	3,1221	4,0441
56	0,0746	0,1842	0,0805	0,1232	0,0893	0,1576	0,3564	0,1104	0,3012	0,1782	0,1438	0,2869	0,3685	0,1860
57	0,7174	1,7760	0,7213	2,9030	0,8217	0,7001	3,6656	1,0710	1,1708	1,6459	1,4182	1,1570	3,4277	1,6981
58	1,8003	1,7266	0,7167	2,9286	2,0503	1,4308	1,5961	1,0339	1,0953	4,0620	1,2763	2,6475	8,3389	3,4836
59	0,3093	1,7359	0,7039	1,1139	0,3565	0,3190	0,7094	0,4684	1,2962	1,4604	1,4993	0,5451	4,3490	0,7620
60	0,0703	0,1909	0,0346	0,0602	0,0802	0,0353	0,1737	0,0489	0,1086	0,1995	0,0628	0,0642	0,3653	0,0849
61	0,2825	0,2469	0,2347	0,3642	0,2883	0,2264	0,5015	0,1441	0,4247	0,2238	0,1889	0,1731	0,5467	0,6815
62	0,6457	1,8085	1,9917	3,2630	0,7535	1,6436	3,2168	2,0184	1,0125	4,1507	1,3991	1,2441	3,4378	3,8223
63	0,2423	0,6186	0,5766	0,4020	0,6088	0,2554	1,3754	0,3669	0,3746	1,3935	0,4830	0,9819	3,2659	0,6124
64	1,0474	1,0091	0,4223	1,4714	1,2769	0,9672	1,9155	0,5730	1,7818	0,8974	0,7733	2,0068	2,2501	2,3902
65	1,4020	1,5462	1,5613	1,1007	0,6474	1,5233	1,3010	0,8775	2,2446	1,3548	3,1995	2,8507	7,6490	1,4444
66	0,1534	0,1860	0,0760	0,3133	0,1712	0,0762	0,1486	0,2458	0,2481	0,3712	0,1459	0,1191	0,9080	0,4135
67	0,5573	0,5118	0,4765	0,3375	0,6411	0,4809	0,9011	0,7244	0,3245	1,1128	0,4085	0,7693	2,5399	0,5264
68	0,6828	4,5995	1,8818	1,2649	2,0878	1,9143	1,5609	2,1864	1,0764	1,5987	1,4506	1,2695	3,4149	1,7096
69	0,3914	0,9771	0,8233	1,2878	0,3868	0,3960	1,5634	0,5095	1,4223	1,8566	0,7198	1,6284	1,9276	0,9360
70	0,5932	3,5462	1,3309	2,2060	0,6977	1,3745	3,1751	1,9345	0,9517	3,3671	3,2855	1,0580	7,8736	3,5411

Табл. 4. Емпірична матриця попарних порівнянь (стовпці 15-28)

№ / №	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	3,9145	0,8439	1,0217	2,0139	2,4581	0,8995	0,5756	3,8555	1,1256	3,3413	4,4184	10,1587	1,3834	1,1265
2	0,7329	0,2975	0,3642	0,7671	2,1501	0,3231	0,6045	0,5594	1,0327	0,6040	1,9493	1,8399	0,2532	1,1628
3	3,7003	1,5552	1,8265	0,7182	5,7118	0,7637	0,5700	1,6067	2,4053	3,2930	10,4734	4,0691	0,6596	1,1823
4	1,0305	1,0759	1,2817	0,5252	1,2163	0,4463	0,3495	0,8192	0,7266	1,8916	2,8596	6,0317	0,3800	0,7111
5	3,6339	0,7684	1,8769	0,8203	2,1996	0,7595	0,5614	3,2851	0,9022	1,1652	9,5742	3,8227	1,2808	2,4769
6	4,1495	0,6673	1,8757	1,9967	2,5749	1,7554	0,6075	1,6265	1,0363	1,2189	4,7095	4,5104	1,3967	2,8547
7	0,7280	0,7655	1,0126	0,3699	2,5982	0,8360	0,3396	1,7207	0,4552	1,6422	4,7128	4,7197	0,6331	0,5118
8	3,0122	1,1950	0,6177	1,3345	2,0187	0,6400	0,4008	2,5381	0,7635	2,2492	3,4556	7,0980	1,0053	0,9089
9	2,5038	0,5618	1,2400	1,3082	3,6817	1,2167	0,4095	0,9798	0,6077	0,8685	2,8610	7,1084	0,3635	1,9270
10	1,8983	0,3223	0,9225	0,8976	0,9722	0,8138	0,2600	0,6478	1,2062	1,5854	5,2796	2,1807	0,6865	1,2041
11	2,0775	0,9342	1,1039	0,9992	1,1021	0,9290	0,3095	0,7932	1,3301	0,6584	5,3093	2,4060	0,7887	0,6079
12	1,0928	0,4338	0,5648	0,5000	3,4598	1,1084	0,8369	2,2358	0,5496	0,7907	2,7472	6,3285	0,3290	1,6007
13	0,8328	0,3672	0,1599	0,1691	0,5383	0,3458	0,1235	0,7072	0,4977	0,3113	2,0880	1,9100	0,2706	0,2109
14	0,6770	0,3162	0,3468	0,7593	1,1165	0,3436	0,2631	1,5351	0,5106	1,3269	4,1520	4,0457	0,2263	0,5244
15	1,0000	0,6132	0,3250	0,6490	0,8610	0,2812	0,2375	0,5122	0,9393	1,0734	1,5727	3,3751	0,4717	0,4235
16	1,6308	1,0000	1,6868	0,7597	1,9684	1,5870	0,5012	2,8962	0,9933	2,5892	3,3175	8,2359	0,5226	2,3127
17	3,0771	0,5929	1,0000	1,2724	1,4472	0,4799	0,4689	2,5420	1,7817	1,0455	2,7409	6,9876	0,4224	0,7793
18	1,5409	1,3163	0,7859	1,0000	4,2419	0,4958	0,5180	2,4067	1,8834	2,5040	3,5927	7,5718	0,9872	1,9976
19	1,1615	0,5080	0,6910	0,2357	1,0000	0,4686	0,1309	0,8676	0,6693	0,3304	0,9509	0,9479	0,1592	0,7182
20	3,5558	0,6301	2,0836	2,0170	2,1340	1,0000	1,1865	1,3101	1,8350	1,2397	8,0958	3,8187	0,4079	2,2163
21	4,2098	1,9954	2,1327	1,9307	7,6370	0,8428	1,0000	1,2747	2,5656	3,0537	9,6686	9,4506	0,5502	1,2310
22	1,9522	0,3453	0,3934	0,4155	1,1525	0,7633	0,7845	1,0000	0,5039	0,4679	2,0340	1,6299	0,5501	0,4415
23	1,0647	1,0067	0,5612	0,5310	1,4941	0,5450	0,3898	1,9844	1,0000	0,7398	2,6736	5,4301	0,3053	1,5523
24	0,9316	0,3862	0,9564	0,3994	3,0268	0,8066	0,3275	2,1371	1,3517	1,0000	1,8535	4,3339	0,2603	1,2313
25	0,6359	0,3014	0,3648	0,2783	1,0516	0,1235	0,1034	0,4917	0,3740	0,5395	1,0000	1,3462	0,0698	0,1395
26	0,2963	0,1214	0,1431	0,1321	1,0549	0,2619	0,1058	0,6135	0,1842	0,2307	0,7428	1,0000	0,0868	0,4054
27	2,1201	1,9135	2,3676	1,0130	6,2832	2,4519	1,8176	1,8180	3,2752	3,8424	14,3199	11,5256	1,0000	2,9121
28	2,3611	0,4324	1,2833	0,5006	1,3923	0,4512	0,8123	2,2650	0,6442	0,8121	7,1667	2,4665	0,3434	1,0000
29	1,8832	1,6719	2,6629	2,3899	2,5912	2,0118	0,6484	3,3962	2,7582	3,1560	13,9606	5,1692	1,6167	1,3626
30	0,6165	0,2771	0,2943	0,6130	1,9480	0,6637	0,2141	0,5518	0,3872	1,3283	4,0896	1,5913	0,5154	0,9703
31	0,9748	1,1752	1,0669	0,5202	3,4398	1,0815	0,3853	0,9639	1,6571	0,8885	5,6367	5,5071	0,3790	0,6609
32	1,7308	1,4908	1,7414	0,8493	2,2987	2,1041	1,7166	1,4177	1,0270	2,9353	11,0462	4,2200	0,5859	1,2376
33	4,4690	1,8761	2,6394	2,2211	3,0263	2,0651	1,6666	1,7159	2,7078	1,6079	5,3997	10,8520	0,6771	3,4740
34	0,3799	0,0639	0,1874	0,1466	0,2162	0,0674	0,0495	0,2959	0,0972	0,1197	0,8654	0,3893	0,1396	0,2512
35	1,7716	1,9834	1,9828	1,8933	2,2712	0,7520	0,5949	1,4547	2,4913	2,7708	4,4465	4,4858	0,5693	1,1783

№ / №	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
36	2,8989	1,2949	0,7598	0,7127	5,3830	1,6590	0,5102	3,5079	1,8665	2,8624	7,7647	8,0890	0,5341	2,4053
37	1,7025	1,4667	1,8759	0,8355	2,5595	0,7680	1,5178	3,2787	2,6558	2,8142	9,1354	10,0716	1,2427	2,3867
38	5,3454	2,1037	1,0059	2,4768	6,4849	2,0053	0,7443	1,7747	1,2067	4,2110	11,3174	12,5038	0,7236	1,3104
39	2,9803	1,2603	0,5435	1,3442	4,0365	0,5462	0,9325	0,9424	0,7394	0,9053	2,8551	6,6521	0,3624	2,0984
40	0,9800	0,8976	1,2881	1,2428	3,6479	0,4515	0,9571	1,9189	0,6492	2,1747	2,7585	6,5016	0,3312	1,6075
41	1,1233	0,4441	1,4673	1,3543	1,4566	1,3174	0,8450	0,9823	1,9389	2,4741	2,8985	2,8625	0,3728	0,7931
42	4,2181	0,7464	1,8945	1,9830	5,1572	1,8919	1,5523	1,5062	1,1702	3,6699	4,9302	12,5034	1,2753	3,0363
43	1,5512	0,6796	0,7339	1,9856	2,2153	0,7063	1,4500	1,4445	1,0062	2,5471	8,8388	3,6347	1,0929	2,5878
44	3,8441	0,6605	0,6967	1,4970	4,1961	1,5363	1,1978	1,2007	2,2602	1,2210	9,6111	3,5372	1,2796	1,0402
45	0,8130	0,7501	0,3929	0,8285	1,1086	0,8274	0,7146	0,7003	1,3426	1,8440	5,0524	2,0626	0,2782	1,5919
46	2,0606	1,9297	0,9871	0,9314	2,7172	0,8713	1,9000	4,0683	1,3011	4,3126	5,2522	4,7849	1,4500	1,4779
47	1,3370	0,2783	0,6853	0,2958	2,0919	0,5999	0,2209	0,5709	0,3744	0,5198	4,0566	3,7606	0,4837	0,9231
48	3,7229	0,7462	0,9167	2,0313	2,5735	0,8263	0,6694	3,7624	2,7667	1,4552	4,9350	10,6808	1,2792	2,5611
49	1,4479	0,2618	0,3212	0,7335	2,3282	0,7093	0,2048	1,2647	0,3656	1,2749	3,2581	1,4099	0,2207	1,0058
50	0,4109	0,0634	0,0760	0,0676	0,2212	0,0641	0,0575	0,3509	0,0942	0,1263	1,0552	0,9356	0,1433	0,2065
51	4,6061	2,2534	2,2247	2,6142	7,6826	0,9734	0,7103	1,7925	1,3329	3,9456	11,6156	5,3838	0,7327	3,5101
52	4,3619	0,7151	2,1908	2,1390	5,3831	1,9764	0,5954	1,4148	1,0745	1,3211	11,6556	4,2136	1,2596	2,6853
53	1,3521	0,6055	1,4753	1,3898	4,4019	1,6955	1,1377	1,2621	1,8344	2,5909	8,9887	3,6925	0,4682	0,9066
54	1,0666	0,5011	0,5597	0,5794	1,6345	1,3726	0,4082	2,3409	0,7330	2,5093	2,9396	7,0483	0,4156	0,7432
55	1,8626	1,8228	2,2506	0,8736	2,5497	0,8287	0,6083	1,6018	1,1734	1,5578	9,9910	10,3906	1,2779	1,2411
56	0,4928	0,1992	0,2425	0,3053	0,6866	0,0967	0,2145	0,2106	0,3484	0,3944	0,6343	1,1945	0,1805	0,1667
57	2,1009	0,8782	1,0172	2,7664	2,8543	1,9732	1,9181	1,7816	3,4646	1,7419	5,4621	5,4107	1,8178	1,5463
58	4,4431	0,9248	0,9702	2,0527	2,7768	0,9680	0,7112	1,8480	2,7979	1,6705	12,5461	12,6344	0,7169	3,1569
59	2,5616	0,9361	0,4932	0,4368	1,3295	0,4593	0,6999	0,8014	1,2641	0,7282	2,4454	2,2828	0,7756	1,6351
60	0,2380	0,0971	0,0505	0,1244	0,1391	0,1271	0,0385	0,2144	0,1399	0,0802	0,2532	0,6277	0,0767	0,0747
61	0,2985	0,2928	0,4182	0,3413	0,8677	0,2857	0,1040	0,5430	0,3935	0,6323	1,9782	0,7748	0,2311	0,2107
62	4,8906	0,9116	2,5692	0,9470	6,5163	0,9334	0,7773	1,7596	2,7195	4,5932	5,5370	13,4736	1,7781	1,3842
63	1,5528	0,3322	0,3610	0,8929	2,1551	0,7197	0,5387	1,5787	0,4364	1,3385	1,9416	1,7993	0,6792	0,5023
64	1,2394	0,5270	1,2786	1,4176	4,7236	1,3388	1,0687	1,1220	1,5840	1,0094	3,0761	6,3973	0,4079	1,8635
65	4,9181	1,8738	0,8677	1,9711	2,4861	2,1287	0,6513	4,2138	2,4092	3,5403	11,1106	4,2491	0,6607	1,2029
66	0,2032	0,2477	0,1076	0,1036	0,6357	0,0954	0,1982	0,1874	0,3250	0,4285	0,5486	0,5084	0,1548	0,1579
67	0,6256	0,2741	0,3048	0,2749	1,8059	0,5793	0,2037	0,5527	0,8188	1,0250	1,6960	3,8827	0,2125	0,8434
68	2,0266	1,9134	2,3052	1,0411	7,5351	2,5891	1,8555	4,8566	3,0442	3,8607	5,6035	5,0716	1,5116	1,4627
69	1,0067	1,0729	0,5003	1,3298	1,6038	0,5161	0,8163	0,9407	0,6893	0,8974	7,1176	6,7116	0,8500	0,7612
70	3,8994	0,7764	1,8372	2,0995	2,5603	0,7657	1,4130	1,6084	1,0792	1,5313	5,0778	4,2721	1,4408	1,3297

Табл. 5. Емпірична матриця попарних порівнянь (стовпці 29-42)

№ / №	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
1	0,6830	4,5459	2,9721	0,7819	1,4589	20,0400	0,8487	1,8772	0,8387	1,4041	2,4934	1,2667	1,1702	1,5482
2	0,6262	0,8972	0,4549	0,6591	0,6080	8,1896	0,6889	0,8137	0,7204	0,2444	1,0844	1,1622	0,5284	0,3012
3	1,4550	1,8122	1,1299	1,5301	1,2536	20,4419	0,7675	0,8067	0,7282	1,3941	2,4328	1,0694	1,1034	1,5637
4	0,8690	2,8992	0,7988	0,4098	0,7826	11,8775	1,0358	0,4359	1,0181	0,8991	1,5570	1,6381	1,6129	0,4574
5	0,6481	1,8942	2,7237	1,4862	1,3197	19,3060	0,6980	0,7270	0,6049	1,2972	2,3534	1,0310	2,4292	0,6371
6	0,7392	1,8769	2,8876	1,6742	1,4687	7,4162	1,6665	0,8472	1,7549	0,6646	1,1043	1,0206	1,2405	1,7009
7	0,7425	2,3811	1,3326	0,7560	0,2404	8,9543	0,7891	0,9174	0,3323	0,3149	1,1616	1,3805	1,1548	0,8134
8	0,4980	3,3934	0,9282	0,5822	0,9667	6,4809	0,5204	0,5947	0,4476	1,0064	0,7831	1,9855	0,7268	0,5134
9	0,4508	1,4554	0,8173	0,5222	0,4002	5,9114	0,4588	1,3210	1,0590	0,9605	1,6279	1,8560	1,6455	1,1106
10	0,6581	0,9482	1,3742	0,7569	0,2435	3,5672	0,3141	0,4482	0,7457	0,3143	1,2309	1,3244	1,1783	0,3551
11	0,3897	2,4680	1,4735	0,3390	0,6955	4,8277	0,9516	0,9840	0,4096	0,2968	1,4496	0,7464	0,6361	0,4170
12	0,9361	2,9226	1,7479	0,3599	0,3280	5,6144	1,0686	0,5103	0,4171	0,3328	0,7016	0,6217	0,7143	0,3983
13	0,1493	0,3551	0,2289	0,1571	0,1262	1,7203	0,1592	0,4156	0,1399	0,2922	0,2170	0,5921	0,2360	0,1500
14	0,5890	0,7530	0,4905	0,7009	0,2376	3,1181	0,7406	0,7851	0,2828	0,2270	0,4248	0,5654	1,0064	0,2667
15	0,5310	1,6221	1,0259	0,5778	0,2238	2,6321	0,5645	0,3450	0,5874	0,1871	0,3355	1,0204	0,8902	0,2371
16	0,5981	3,6090	0,8509	0,6708	0,5330	15,6599	0,5042	0,7723	0,6818	0,4753	0,7934	1,1141	2,2517	1,3398
17	0,3755	3,3980	0,9373	0,5742	0,3789	5,3373	0,5043	1,3161	0,5331	0,9942	1,8398	0,7763	0,6815	0,5278
18	0,4184	1,6314	1,9224	1,1775	0,4502	6,8199	0,5282	1,4032	1,1968	0,4037	0,7439	0,8047	0,7384	0,5043
19	0,3859	0,5134	0,2907	0,4350	0,3304	4,6259	0,4403	0,1858	0,3907	0,1542	0,2477	0,2741	0,6865	0,1939
20	0,4971	1,5066	0,9246	0,4753	0,4842	14,8301	1,3298	0,6028	1,3021	0,4987	1,8308	2,2148	0,7591	0,5286
21	1,5422	4,6708	2,5952	0,5825	0,6000	20,1825	1,6810	1,9599	0,6588	1,3436	1,0724	1,0448	1,1834	0,6442
22	0,2944	1,8122	1,0374	0,7054	0,5828	3,3798	0,6874	0,2851	0,3050	0,5635	1,0611	0,5211	1,0181	0,6639
23	0,3626	2,5829	0,6035	0,9737	0,3693	10,2887	0,4014	0,5358	0,3765	0,8287	1,3524	1,5403	0,5157	0,8546

№ / №	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
24	0,3169	0,7529	1,1255	0,3407	0,6219	8,3567	0,3609	0,3494	0,3553	0,2375	1,1046	0,4598	0,4042	0,2725
25	0,0716	0,2445	0,1774	0,0905	0,1852	1,1555	0,2249	0,1288	0,1095	0,0884	0,3502	0,3625	0,3450	0,2028
26	0,1935	0,6284	0,1816	0,2370	0,0921	2,5690	0,2229	0,1236	0,0993	0,0800	0,1503	0,1538	0,3493	0,0800
27	0,6185	1,9403	2,6389	1,7067	1,4769	7,1646	1,7566	1,8722	0,8047	1,3819	2,7594	3,0189	2,6822	0,7842
28	0,7339	1,0306	1,5132	0,8080	0,2879	3,9814	0,8487	0,4157	0,4190	0,7631	0,4765	0,6221	1,2608	0,3293
29	1,0000	4,4920	1,1813	1,5214	1,2715	8,4261	0,6406	1,8894	0,7788	0,5453	2,3937	2,8568	1,0841	0,6937
30	0,2226	1,0000	0,2965	0,4587	0,1913	2,8894	0,1851	0,2498	0,5154	0,4389	0,7380	0,8992	0,3775	0,2131
31	0,8465	3,3725	1,0000	0,8604	0,7340	3,6410	0,3807	0,9180	0,7837	0,2643	0,4798	0,6554	1,2374	0,8252
32	0,6573	2,1803	1,1622	1,0000	0,5357	16,0270	1,5050	1,7115	1,3259	1,1271	2,2256	0,9137	1,0640	1,3124
33	0,7865	5,2265	1,3625	1,8666	1,0000	19,4770	0,8439	2,0935	1,5889	0,6256	2,5324	2,7840	1,2862	1,6567
34	0,1187	0,3461	0,2746	0,0624	0,0513	1,0000	0,1267	0,0567	0,0513	0,0362	0,1849	0,0888	0,1932	0,1176
35	1,5609	5,4032	2,6269	0,6644	1,1849	7,8923	1,0000	0,7395	0,5610	1,1001	2,2621	2,2648	2,2926	0,5701
36	0,5293	4,0025	1,0893	0,5843	0,4777	17,6261	1,3522	1,0000	1,2779	1,0659	0,7400	1,8881	1,8433	1,2166
37	1,2840	1,9403	1,2760	0,7542	0,6294	19,4958	1,7825	0,7825	1,0000	1,2227	0,7876	2,2290	2,2474	0,5024
38	1,8338	2,2786	3,7837	0,8873	1,5984	27,6523	0,9090	0,9382	0,8179	1,0000	1,1380	1,0220	2,5648	0,7042
39	0,4178	1,3551	2,0844	0,4493	0,3949	5,4082	0,4421	1,3513	1,2696	0,8787	1,0000	1,6355	1,3440	0,3739
40	0,3500	1,1121	1,5258	1,0944	0,3592	11,2558	0,4415	0,5296	0,4486	0,9784	0,6114	1,0000	0,6251	0,3877
41	0,9224	2,6490	0,8082	0,9399	0,7775	5,1750	0,4362	0,5425	0,4450	0,3899	0,7440	1,5999	1,0000	0,8039
42	1,4415	4,6928	1,2119	0,7619	0,6036	8,5016	1,7541	0,8220	1,9905	1,4201	2,6748	2,5793	1,2440	1,0000
43	1,2356	1,8610	1,0511	1,6251	1,2616	21,0966	1,3373	0,7260	0,6394	0,5622	2,1126	2,7865	0,9552	1,6661
44	0,5149	1,6507	2,0438	0,6023	0,5330	14,6255	0,6090	0,7523	0,6516	1,1163	0,9479	1,0207	1,8818	0,5598
45	0,3122	0,9482	1,5664	0,8076	0,2742	3,8569	0,3659	0,4158	0,3678	0,7190	0,5220	0,6372	0,5355	0,3570
46	0,7512	2,4046	2,9004	0,8631	0,7238	10,2830	0,9124	1,0058	2,2760	0,7122	1,3250	3,7367	2,8839	1,9709
47	0,2330	2,0701	1,0418	0,6008	0,4481	6,3502	0,2537	0,6673	0,2813	0,2135	1,0196	1,0987	0,3981	0,2441
48	1,6370	4,3635	1,2245	0,7656	0,6172	8,5714	1,9598	0,8324	0,7549	0,6566	2,7163	1,2329	1,2426	0,6692
49	0,2098	0,6674	1,0996	0,2376	0,2225	8,2162	0,5510	0,2832	0,5557	0,4922	0,3597	0,9985	0,3868	0,2435
50	0,1327	0,4021	0,2373	0,0586	0,0517	1,8026	0,0630	0,1462	0,1403	0,0502	0,0894	0,2173	0,2400	0,1327
51	0,7425	2,3824	3,2660	2,1503	0,6917	9,8251	0,9060	0,9845	1,8561	1,6858	2,9832	1,3620	3,2029	0,7993
52	0,6154	5,3246	2,9516	0,6548	0,5921	8,3606	1,4671	0,8066	0,6476	0,5868	1,0125	1,1350	2,1779	0,6303
53	1,0464	3,4324	0,9707	1,4626	1,0516	6,7228	0,5935	0,6852	0,5663	0,5257	2,3495	2,2103	2,1231	1,3112
54	1,0885	3,4639	0,8195	1,0435	0,4054	13,0938	1,1784	0,5785	1,2870	0,4268	1,6287	0,7895	2,0171	0,4843
55	1,3986	2,1601	1,1850	1,5939	1,4106	8,5696	0,7408	0,8786	0,7629	1,7544	2,9367	2,7203	1,1257	1,7480
56	0,0864	0,2861	0,3513	0,0958	0,0789	1,1320	0,0903	0,2612	0,1973	0,1756	0,3811	0,1610	0,1545	0,1865
57	1,7838	6,0216	1,4661	2,2967	0,6942	10,8444	2,3923	2,2304	0,9297	0,7642	2,9057	3,1041	1,4448	1,7605
58	0,8052	2,2714	3,0618	0,8696	1,5080	20,7756	0,9063	2,0065	0,8948	1,5847	1,2408	1,3831	1,3900	0,8661
59	0,3481	1,1981	0,6993	0,8815	0,3360	4,7548	0,9747	1,1123	0,8557	0,6753	0,6422	1,3657	0,6000	0,3907
60	0,0824	0,2788	0,0690	0,0872	0,0887	0,5115	0,1047	0,0467	0,0431	0,0372	0,1355	0,0773	0,1660	0,0828
61	0,1141	0,7808	0,5565	0,2750	0,1000	3,0399	0,2974	0,1555	0,1304	0,1019	0,1819	0,5633	0,2051	0,3335
62	0,7765	6,6394	1,4451	0,7998	0,7390	22,7376	0,8003	1,0285	2,2204	1,9290	1,2771	3,7609	3,5099	0,7622
63	0,6491	0,9315	1,4334	0,8172	0,5416	9,3132	0,3170	0,3499	0,6277	0,2700	0,9709	1,0489	1,0451	0,8105
64	0,4398	1,4523	1,8448	1,3752	1,0200	13,1566	1,4063	0,5887	1,1127	1,0503	2,1221	1,9114	2,0282	0,4777
65	0,6794	2,0414	1,1771	1,6125	0,6620	9,1965	1,6749	0,8332	0,7401	0,6302	1,1208	1,2651	1,1896	0,7121
66	0,0844	0,2612	0,1419	0,0841	0,1646	2,7889	0,0964	0,0999	0,2067	0,0795	0,2931	0,1541	0,1406	0,0904
67	0,2366	1,5424	0,9091	0,2714	0,2204	6,1640	0,2650	0,6131	0,2527	0,2007	0,8422	0,8807	0,3932	0,2405
68	1,8810	2,3212	3,2237	0,8548	0,6860	10,4490	0,9297	2,5925	1,7715	1,8222	1,2771	1,5726	1,3256	0,8521
69	0,8080	1,2516	0,7317	0,4789	0,7531	5,1065	1,2401	0,5390	1,1323	0,7918	0,7320	0,7185	1,7466	0,4570
70	0,6984	5,5659	3,2793	1,5635	1,3270	9,1653	0,7119	1,7853	0,7519	0,6424	2,7976	3,1283	1,1475	1,8963

Табл. 6. Емпірична матриця попарних порівнянь (стовпці 43-56)

№ / №	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
1	1,8782	0,7459	1,6830	1,5273	2,1897	0,7233	1,8656	20,9522	1,4423	0,8669	0,7505	2,4544	1,6468	13,4102
2	0,8170	0,2908	0,5560	0,2788	0,6736	0,2743	1,8746	7,3735	0,2714	0,6719	0,8132	1,0174	0,6641	5,4284
3	0,6996	1,7871	3,0966	0,6042	4,1286	0,6753	4,6240	18,2522	1,4098	0,7677	2,0198	2,3119	0,7065	12,4172
4	0,5563	1,2376	0,8289	0,8417	1,2830	0,4035	2,9918	12,1558	0,3653	0,4906	1,1580	0,6046	0,3753	8,1180
5	0,7811	0,7008	1,1637	1,2287	3,8845	1,3918	4,2535	18,5888	1,1936	0,7102	0,8753	0,9925	0,6442	11,2015
6	1,8533	2,0639	1,2706	1,4206	1,8160	0,6268	1,7169	6,9549	0,6373	0,8292	2,0324	2,5456	1,6038	6,3467
7	0,9032	0,3595	1,5778	0,3085	2,3180	0,3451	2,1675	9,4899	0,7100	0,8494	0,9741	0,5050	0,7324	2,8062
8	0,5820	1,5218	2,4600	0,5052	3,2596	1,1451	3,4350	14,4217	0,4930	1,2573	1,5577	0,7157	1,1912	9,0558
9	1,2414	1,2473	2,2552	0,9065	3,0912	1,0230	3,2679	5,1537	0,3725	1,1404	1,3806	0,6924	0,4199	3,3202
10	0,8989	0,3718	0,7212	0,6628	2,1591	0,7320	2,1436	8,3428	0,6642	0,8251	0,3918	1,0821	0,2706	5,6130
11	0,9815	0,4475	1,6978	0,7197	0,9214	0,3406	1,2567	10,6868	0,2801	0,9124	1,1624	0,5606	0,8369	6,9540

№ / №	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
12	1,0538	1,1749	1,8910	0,8949	1,0949	0,4058	2,9442	4,6543	0,3485	0,4650	0,5168	1,3981	0,8920	3,4857
13	0,3899	0,1952	0,2538	0,2826	0,8470	0,3060	0,4117	3,7499	0,1133	0,3490	0,4044	0,5018	0,3203	2,7135
14	0,3230	0,8256	1,3877	0,6307	1,9274	0,6544	2,0728	3,1330	0,5477	0,2654	0,8064	0,5074	0,2473	5,3768
15	0,6446	0,2601	1,2300	0,4853	0,7480	0,2686	0,6907	2,4335	0,2171	0,2293	0,7396	0,9376	0,5369	2,0291
16	1,4715	1,5140	1,3332	0,5182	3,5931	1,3402	3,8200	15,7779	0,4438	1,3985	1,6516	1,9957	0,5486	5,0201
17	1,3626	1,4352	2,5453	1,0131	1,4593	1,0908	3,1134	13,1652	0,4495	0,4565	0,6778	1,7868	0,4443	4,1245
18	0,5036	0,6680	1,2070	1,0737	3,3806	0,4923	1,3633	14,7994	0,3825	0,4675	0,7195	1,7258	1,1447	3,2751
19	0,4514	0,2383	0,9020	0,3680	0,4780	0,3886	0,4295	4,5202	0,1302	0,1858	0,2272	0,6118	0,3922	1,4565
20	1,4158	0,6509	1,2087	1,1478	1,6670	1,2103	1,4099	15,5983	1,0274	0,5060	0,5898	0,7286	1,2068	10,3371
21	0,6897	0,8349	1,3994	0,5263	4,5264	1,4939	4,8825	17,3861	1,4078	1,6794	0,8790	2,4498	1,6439	4,6614
22	0,6923	0,8328	1,4280	0,2458	1,7517	0,2658	0,7907	2,8498	0,5579	0,7068	0,7924	0,4272	0,6243	4,7493
23	0,9939	0,4424	0,7448	0,7686	2,6711	0,3614	2,7353	10,6137	0,7503	0,9307	0,5451	1,3643	0,8522	2,8704
24	0,3926	0,8190	0,5423	0,2319	1,9237	0,6872	0,7844	7,9204	0,2534	0,7569	0,3860	0,3985	0,6419	2,5354
25	0,1131	0,1040	0,1979	0,1904	0,2465	0,2026	0,3069	0,9477	0,0861	0,0858	0,1113	0,3402	0,1001	1,5764
26	0,2751	0,2827	0,4848	0,2090	0,2659	0,0936	0,7093	1,0688	0,1857	0,2373	0,2708	0,1419	0,0962	0,8371
27	0,9150	0,7815	3,5940	0,6897	2,0675	0,7817	4,5317	6,9769	1,3649	0,7939	2,1358	2,4061	0,7825	5,5403
28	0,3864	0,9613	0,6282	0,6766	1,0833	0,3905	0,9942	4,8426	0,2849	0,3724	1,1030	1,3456	0,8057	5,9988
29	0,8093	1,9422	3,2031	1,3313	4,2920	0,6109	4,7659	7,5375	1,3468	1,6249	0,9557	0,9187	0,7150	11,5704
30	0,5373	0,6058	1,0546	0,4159	0,4831	0,2292	1,4984	2,4870	0,4197	0,1878	0,2913	0,2887	0,4629	3,4956
31	0,9514	0,4893	0,6384	0,3448	0,9599	0,8167	0,9094	4,2145	0,3062	0,3388	1,0302	1,2203	0,8439	2,8469
32	0,6154	1,6604	1,2382	1,1586	1,6644	1,3061	4,2087	17,0695	0,4650	1,5271	0,6837	0,9583	0,6274	10,4399
33	0,7926	1,8761	3,6467	1,3816	2,2314	1,6203	4,4937	19,3472	1,4457	1,6890	0,9509	2,4666	0,7089	12,6707
34	0,0474	0,0684	0,2593	0,0972	0,1575	0,1167	0,1217	0,5547	0,1018	0,1196	0,1487	0,0764	0,1167	0,8834
35	0,7477	1,6420	2,7327	1,0960	3,9414	0,5103	1,8147	15,8636	1,1037	0,6816	1,6848	0,8486	1,3500	11,0754
36	1,3774	1,3293	2,4053	0,9943	1,4985	1,2013	3,5313	6,8401	1,0157	1,2397	1,4593	1,7288	1,1382	3,8292
37	1,5641	1,5347	2,7191	0,4394	3,5549	1,3247	1,7996	7,1282	0,5388	1,5442	1,7660	0,7770	1,3107	5,0681
38	1,7787	0,8958	1,3908	1,4041	4,6849	1,5229	2,0318	19,9207	0,5932	1,7042	1,9024	2,3431	0,5700	5,6949
39	0,4733	1,0549	1,9157	0,7547	0,9808	0,3681	2,7799	11,1893	0,3352	0,9876	0,4256	0,6140	0,3405	2,6243
40	0,3589	0,9797	1,5694	0,2676	0,9101	0,8111	1,0015	4,6012	0,7342	0,8811	0,4524	1,2666	0,3676	6,2130
41	1,0469	0,5314	1,8675	0,3467	2,5120	0,8048	2,5854	4,1668	0,3122	0,4592	0,4710	0,4958	0,8883	6,4745
42	0,6002	1,7863	2,8014	0,5074	4,0960	1,4943	4,1072	7,5376	1,2511	1,5864	0,7627	2,0648	0,5721	5,3621
43	1,0000	1,3949	2,7157	0,4413	3,6251	0,5422	1,5912	5,2637	1,1193	0,5153	1,5519	0,8075	0,5739	4,2869
44	0,7169	1,0000	1,0209	0,4715	3,3920	0,4055	3,4102	6,0943	0,3643	0,5689	0,5344	1,7787	1,1492	8,8044
45	0,3682	0,9795	1,0000	0,2287	1,9699	0,2932	0,7004	3,2810	0,5715	0,3350	0,3915	0,9951	0,2372	5,2929
46	2,2659	2,1210	4,3719	1,0000	2,1230	1,6748	4,9841	19,8784	1,3794	1,7337	1,9161	1,0033	1,6108	6,1362
47	0,2759	0,2948	0,5076	0,4710	1,0000	0,2295	0,6998	2,7531	0,4085	0,5456	0,2887	0,7258	0,1934	1,6230
48	1,8444	2,4660	3,4102	0,5971	4,3571	1,0000	4,2152	17,4952	1,3111	1,4221	0,7233	2,2161	1,4591	4,3519
49	0,6285	0,2932	1,4277	0,2006	1,4289	0,2372	1,0000	2,3642	0,1787	0,5098	0,3003	0,7552	0,4671	1,3966
50	0,1900	0,1641	0,3048	0,0503	0,3632	0,0572	0,4230	1,0000	0,1022	0,1281	0,0712	0,0797	0,1127	0,4172
51	0,8934	2,7447	1,7498	0,7250	2,4477	0,7627	5,5956	9,7803	1,0000	0,8659	2,1424	2,3980	0,5830	13,5877
52	1,9406	1,7577	2,9852	0,5768	1,8328	0,7032	1,9614	7,8045	1,1548	1,0000	0,7419	0,8783	0,5383	9,9695
53	0,6444	1,8711	2,5545	0,5219	3,4636	1,3825	3,3297	14,0456	0,4668	1,3479	1,0000	0,6942	1,1256	3,9904
54	1,2383	0,5622	1,0049	0,9967	1,3777	0,4513	1,3242	12,5499	0,4170	1,1385	1,4405	1,0000	0,3697	3,4449
55	1,7423	0,8702	4,2159	0,6208	5,1719	0,6853	2,1408	8,8761	1,7151	1,8579	0,8884	2,7047	1,0000	11,2910
56	0,2333	0,1136	0,1889	0,1630	0,6161	0,2298	0,7160	2,3968	0,0736	0,1003	0,2506	0,2903	0,0886	1,0000
57	2,2884	2,1492	3,7675	1,7673	2,4771	0,7769	5,3827	10,5131	1,4625	2,2066	1,0673	1,3910	0,7746	6,4798
58	2,2730	2,0177	1,7603	1,5573	6,3786	1,9969	5,1613	22,2095	1,4741	2,1398	2,8656	3,4356	0,8195	17,3815
59	0,8960	1,0194	0,8548	0,8870	2,3185	0,9732	1,2113	4,2828	0,3195	0,8398	1,1839	0,5936	0,3575	6,1085
60	0,0494	0,1391	0,2271	0,0382	0,3147	0,0402	0,1252	1,0606	0,0372	0,0450	0,0556	0,1324	0,0820	0,3388
61	0,1404	0,1448	0,5790	0,1049	0,3218	0,1227	0,3509	1,3874	0,1026	0,2797	0,3988	0,4434	0,2978	0,9895
62	0,9263	2,5122	1,8449	1,7937	2,1690	0,7966	5,1905	22,8663	1,8986	1,8833	0,9849	2,8978	0,8061	13,6316
63	0,8920	0,8572	0,6398	0,6494	2,1741	0,3124	0,9367	3,7564	0,2633	0,7646	0,9731	0,4420	0,6982	2,3269
64	0,5440	1,2994	2,4010	0,9382	1,4802	0,4997	3,4337	5,9903	0,4636	1,3063	0,6467	2,0619	0,4900	3,6896
65	2,2918	0,8633	4,2211	1,3183	5,1175	0,7278	2,2218	19,3616	0,6127	1,9023	2,2287	2,2991	0,7632	5,8454
66	0,0995	0,2824	0,3709	0,1766	0,2539	0,1921	0,2539	2,1887	0,0810	0,0905	0,1042	0,1375	0,1855	1,8325
67	0,2684	0,2864	1,0736	0,5564	1,5116	0,6053	0,6863	5,9269	0,4828	0,2637	0,6258	1,0170	0,6161	4,9206
68	1,9981	1,0911	3,8944	0,7384	6,0431	0,7701	5,6069	9,7283	0,6899	0,8428	1,0720	1,3418	0,7983	16,8541
69	1,0647	0,5451	1,8621	0,3930	3,0990	1,0810	1,2494	4,9763	0,3508	0,4391	1,3593	1,5117	0,4575	6,8965
70	0,8339	2,0937	4,2171	1,5763	1,9171	0,7178	4,9400	8,6370	1,2508	0,7407	1,9216	1,1286	1,4717	15,4269

Табл. 7. Емпірична матриця попарних порівнянь (стовпці 57-70)

№ / №	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	1,3939	0,5555	3,2328	14,2167	3,5403	1,5487	4,1272	0,9548	0,7133	6,5187	1,7943	1,4646	2,5550	1,6859
2	0,5631	0,5792	0,5761	5,2384	4,0499	0,5530	1,6164	0,9910	0,6468	5,3757	1,9540	0,2174	1,0234	0,2820
3	1,3864	1,3952	1,4207	28,9150	4,2616	0,5021	1,7342	2,3682	0,6405	13,1618	2,0984	0,5314	1,2146	0,7514
4	0,3445	0,3415	0,8977	16,6137	2,7456	0,3065	2,4873	0,6796	0,9085	3,1922	2,9629	0,7906	0,7765	0,4533
5	1,2171	0,4877	2,8051	12,4626	3,4687	1,3271	1,6425	0,7832	1,5446	5,8408	1,5599	0,4790	2,5852	1,4332
6	1,4284	0,6989	3,1345	28,3424	4,4176	0,6084	3,9155	1,0340	0,6565	13,1217	2,0794	0,5224	2,5252	0,7275
7	0,2728	0,6265	1,4097	5,7560	1,9940	0,3109	0,7270	0,5221	0,7687	6,7277	1,1098	0,6406	0,6396	0,3150
8	0,9337	0,9673	2,1349	20,4433	6,9420	0,4955	2,7253	1,7452	1,1396	4,0691	1,3804	0,4574	1,9625	0,5169
9	0,8541	0,9130	0,7715	9,2082	2,3547	0,9876	2,6693	0,5612	0,4455	4,0310	3,0813	0,9290	0,7031	1,0508
10	0,6076	0,2462	0,6847	5,0117	4,4690	0,2409	0,7176	1,1143	0,7381	2,6936	0,8987	0,6255	0,5386	0,2970
11	0,7051	0,7835	0,6670	15,9216	5,2948	0,7147	2,0706	1,2932	0,3125	6,8532	2,4480	0,6894	1,3892	0,3044
12	0,8643	0,3777	1,8344	15,5738	5,7756	0,8038	1,0185	0,4983	0,3508	8,3951	1,2998	0,7877	0,6141	0,9452
13	0,2917	0,1199	0,2299	2,7372	1,8290	0,2909	0,3062	0,4444	0,1307	1,1014	0,3937	0,2928	0,5188	0,1270
14	0,5889	0,2871	1,3124	11,7772	1,4674	0,2616	1,6328	0,4184	0,6923	2,4182	1,8998	0,5849	1,0683	0,2824
15	0,4760	0,2251	0,3904	4,2019	3,3500	0,2045	0,6440	0,8069	0,2033	4,9202	1,5984	0,4934	0,9933	0,2564
16	1,1387	1,0813	1,0682	10,2976	3,4158	1,0970	3,0104	1,8976	0,5337	4,0363	3,6480	0,5226	0,9321	1,2880
17	0,9831	1,0307	2,0277	19,8084	2,3913	0,3892	2,7701	0,7821	1,1524	9,2948	3,2809	0,4338	1,9986	0,5443
18	0,3615	0,4872	2,2895	8,0405	2,9302	1,0560	1,1200	0,7054	0,5073	9,6540	3,6379	0,9605	0,7520	0,4763
19	0,3503	0,3601	0,7522	7,1880	1,1525	0,1535	0,4640	0,2117	0,4022	1,5732	0,5537	0,1327	0,6235	0,3906
20	0,5068	1,0330	2,1774	7,8674	3,4999	1,0713	1,3895	0,7470	0,4698	10,4838	1,7263	0,3862	1,9375	1,3060
21	0,5214	1,4061	1,4287	25,9701	9,6167	1,2865	1,8562	0,9357	1,5353	5,0453	4,9087	0,5389	1,2251	0,7077
22	0,5613	0,5411	1,2478	4,6636	1,8417	0,5683	0,6334	0,8913	0,2373	5,3372	1,8094	0,2059	1,0631	0,6217
23	0,2886	0,3574	0,7910	7,1478	2,5412	0,3677	2,2916	0,6313	0,4151	3,0765	1,2214	0,3285	1,4507	0,9266
24	0,5741	0,5986	1,3733	12,4628	1,5815	0,2177	0,7471	0,9907	0,2825	2,3335	0,9756	0,2590	1,1143	0,6530
25	0,1831	0,0797	0,4089	3,9502	0,5055	0,1806	0,5150	0,3251	0,0900	1,8228	0,5896	0,1785	0,1405	0,1969
26	0,1848	0,0791	0,4381	1,5931	1,2907	0,0742	0,5558	0,1563	0,2353	1,9669	0,2576	0,1972	0,1490	0,2341
27	0,5501	1,3950	1,2894	13,0301	4,3263	0,5624	1,4722	2,4518	1,5135	6,4579	4,7050	0,6616	1,1764	0,6941
28	0,6467	0,3168	0,6116	13,3813	4,7457	0,7225	1,9908	0,5366	0,8313	6,3351	1,1857	0,6837	1,3137	0,7520
29	0,5606	1,2419	2,8730	12,1353	8,7634	1,2879	1,5406	2,2738	1,4719	11,8532	4,2260	0,5316	1,2375	1,4319
30	0,1661	0,4403	0,8347	3,5870	1,2807	0,1506	1,0735	0,6886	0,4898	3,8282	0,6483	0,4308	0,7990	0,1797
31	0,6821	0,3266	1,4301	14,4860	1,7969	0,6920	0,6976	0,5421	0,8495	7,0452	1,0999	0,3102	1,3666	0,3049
32	0,4354	1,1500	1,1344	11,4672	3,6362	1,2503	1,2237	0,7272	0,6202	11,8914	3,6841	1,1699	2,0881	0,6396
33	1,4405	0,6631	2,9758	11,2679	9,9986	1,3532	1,8463	0,9804	1,5107	6,0740	4,5373	1,4577	1,3278	0,7536
34	0,0922	0,0481	0,2103	1,9549	0,3290	0,0440	0,1074	0,0760	0,1087	0,3586	0,1622	0,0957	0,1958	0,1091
35	0,4180	1,1034	1,0259	9,5478	3,3628	1,2495	3,1543	0,7111	0,5971	10,3769	3,7741	1,0756	0,8064	1,4047
36	0,4484	0,4984	0,8990	21,4248	6,4321	0,9723	2,8578	1,6987	1,2002	10,0095	1,6311	0,3857	1,8553	0,5601
37	1,0756	1,1176	1,1687	23,1801	7,6711	0,4504	1,5931	0,8987	1,3512	4,8381	3,9575	0,5645	0,8832	1,3300
38	1,3086	0,6311	1,4808	26,8740	9,8143	0,5184	3,7042	0,9521	1,5869	12,5791	4,9837	0,5488	1,2629	1,5566
39	0,3442	0,8059	1,5570	7,3825	5,4978	0,7830	1,0300	0,4712	0,8922	3,4119	1,1873	0,7830	1,3661	0,3574
40	0,3222	0,7230	0,7322	12,9399	1,7754	0,2659	0,9534	0,5232	0,7904	6,4891	1,1354	0,6359	1,3919	0,3197
41	0,6922	0,7194	1,6666	6,0247	4,8763	0,2849	0,9568	0,4931	0,8406	7,1135	2,5433	0,7544	0,5725	0,8715
42	0,5680	1,1547	2,5592	12,0706	2,9984	1,3120	1,2338	2,0933	1,4042	11,0593	4,1580	1,1736	2,1880	0,5273
43	0,4370	0,4399	1,1160	20,2515	7,1208	1,0795	1,1211	1,8384	0,4363	10,0549	3,7258	0,5005	0,9393	1,1992
44	0,4653	0,4956	0,9810	7,1916	6,9040	0,3981	1,1666	0,7696	1,1584	3,5412	3,4917	0,9165	1,8344	0,4776
45	0,2654	0,5681	1,1699	4,4028	1,7272	0,5420	1,5629	0,4165	0,2369	2,6958	0,9314	0,2568	0,5370	0,2371
46	0,5658	0,6421	1,1274	26,2088	9,5350	0,5575	1,5398	1,0659	0,7586	5,6628	1,7974	1,3544	2,5448	0,6344
47	0,4037	0,1568	0,4313	3,1779	3,1074	0,4610	0,4600	0,6756	0,1954	3,9392	0,6615	0,1655	0,3227	0,5216
48	1,2872	0,5008	1,0276	24,8538	8,1468	1,2553	3,2007	2,0012	1,3741	5,2061	1,6521	1,2986	0,9251	1,3932
49	0,1858	0,1937	0,8255	7,9886	2,8502	0,1927	1,0676	0,2912	0,4501	3,9388	1,4571	0,1784	0,8004	0,2024
50	0,0951	0,0450	0,2335	0,9429	0,7208	0,0437	0,2662	0,1669	0,0516	0,4569	0,1687	0,1028	0,2010	0,1158
51	0,6837	0,6784	3,1300	26,8644	9,7467	0,5267	3,7972	2,1572	1,6322	12,3384	2,0712	1,4494	2,8507	0,7995
52	0,4532	0,4673	1,1908	22,2126	3,5755	0,5310	1,3079	0,7655	0,5257	11,0498	3,7916	1,1866	2,2771	1,3500
53	0,9369	0,3490	0,8447	17,9766	2,5075	1,0153	1,0277	1,5463	0,4487	9,5972	1,5978	0,9329	0,7357	0,5204
54	0,7189	0,2911	1,6846	7,5539	2,2552	0,3451	2,2625	0,4850	0,4350	7,2721	0,9833	0,7453	0,6615	0,8861
55	1,2910	1,2202	2,7970	12,2012	3,3581	1,2405	1,4322	2,0409	1,3104	5,3894	1,6230	1,2527	2,1857	0,6795
56	0,1543	0,0575	0,1637	2,9512	1,0106	0,0734	0,4298	0,2710	0,1711	0,5457	0,2032	0,0593	0,1450	0,0648
57	1,0000	0,5903	3,2015	29,6375	9,2518	0,5771	4,1220	1,1725	1,6663	13,7737	2,3722	0,5569	1,0346	1,6591
58	1,6941	1,0000	2,8786	11,2840	9,9013	1,3132	3,7915	0,8880	0,6276	6,0859	2,0139	1,3152	2,5703	1,6044
59	0,3124	0,3474	1,0000	13,2116	1,7565	0,6864	1,9337	1,0356	0,7833	2,5116	0,8177	0,2508	0,5454	0,3476

№ / №	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
60	0,0337	0,0886	0,0757	1,0000	0,1836	0,0683	0,0734	0,0442	0,0331	0,6900	0,0838	0,0709	0,1240	0,0348
61	0,1081	0,1010	0,5693	5,4459	1,0000	0,0990	0,2471	0,3306	0,1144	1,9191	0,6683	0,0798	0,1759	0,0863
62	1,7328	0,7615	1,4570	14,6493	10,1009	1,0000	3,8294	2,4300	1,4874	5,7991	4,5434	0,5572	1,2440	1,6491
63	0,2426	0,2637	0,5171	13,6159	4,0470	0,2611	1,0000	0,3335	0,5355	1,7076	0,8390	0,2392	0,9455	0,2361
64	0,8529	1,1261	0,9656	22,6295	3,0244	0,4115	2,9988	1,0000	0,9996	3,6998	2,9675	0,3880	0,6594	0,9901
65	0,6001	1,5933	1,2766	30,1718	8,7432	0,6723	1,8674	1,0004	1,0000	5,1190	4,2669	0,5147	0,8782	0,5110
66	0,0726	0,1643	0,3982	1,4493	0,5211	0,1724	0,5856	0,2703	0,1954	1,0000	0,2323	0,1551	0,1013	0,1802
67	0,4215	0,4965	1,2229	11,9292	1,4964	0,2201	1,1919	0,3370	0,2344	4,3047	1,0000	0,4019	0,7899	0,4458
68	1,7956	0,7604	3,9877	14,1033	12,5351	1,7947	4,1806	2,5771	1,9430	6,4493	2,4884	1,0000	1,2212	0,6487
69	0,9666	0,3891	1,8335	8,0652	5,6849	0,8038	1,0577	1,5166	1,1387	9,8762	1,2660	0,8189	1,0000	0,7982
70	0,6027	0,6233	2,8769	28,7393	11,5853	0,6064	4,2351	1,0100	1,9570	5,5482	2,2430	1,5414	1,2528	1,0000

Слідуючи Етапу 1 по емпіричній матриці попарних порівнянь необхідно знайти оцінки ваг альтернатив. Для цього застосуємо модель 4(Б) для знаходження ваг альтернатив (детально модель наведена в [4]). Знайдені за допомогою моделі 4(Б) ваги наведені в Табл. 8.

Табл. 8. Нормовані ваги альтернатив, які знайдені по емпіричній матриці попарних порівнянь за допомогою Моделі 4(Б)

№	Вага	№	Вага	№	Вага	№	Вага	№	Вага
1	0,00144766	15	0,00031204	29	0,00114382	43	0,00083060	57	0,00159426
2	0,00037944	16	0,00083471	30	0,00025662	44	0,00079131	58	0,00155123
3	0,00126948	17	0,00062781	31	0,00048708	45	0,00036231	59	0,00044781
4	0,00050961	18	0,00061805	32	0,00119469	46	0,00144512	60	0,00008366
5	0,00105840	19	0,00021209	33	0,00139451	47	0,00026650	61	0,00013951
6	0,00130596	20	0,00086244	34	0,00008366	48	0,00111671	62	0,00161298
7	0,00048521	21	0,00136563	35	0,00101458	49	0,00027970	63	0,00036377
8	0,00079213	22	0,00035521	36	0,00089732	50	0,00008366	64	0,00074364
9	0,00061243	23	0,00051499	37	0,00098515	51	0,00141943	65	0,00137463
10	0,00039240	24	0,00035975	38	0,00124854	52	0,00093027	66	0,00009777
11	0,00044613	25	0,00011556	39	0,00048293	53	0,00077948	67	0,00028323
12	0,00046922	26	0,00011745	40	0,00044196	54	0,00055383	68	0,00174522
13	0,00017444	27	0,00133260	41	0,00048681	55	0,00128495	69	0,00056788
14	0,00034843	28	0,00042731	42	0,00109378	56	0,00010355	70	0,00154059

Позиції при впорядкуванні знайдених ваг за убуванням: 68, 62, 57, 58, 70, 1, 46, 51, 33, 65, 21, 27, 6, 55, 3, 38, 32, 29, 48, 42, 5, 35, 37, 52, 36, 20, 16, 43, 8, 44, 53, 64, 17, 18, 9, 69, 54, 23, 4, 31, 41, 7, 39, 12, 59, 11, 40, 28, 10, 2, 63, 45, 24, 22, 14, 15, 67, 49, 47, 30, 19, 13, 61, 26, 25, 56, 66, 34, 50, 60. Дійсний переможець в наведеному впорядкуванні зайняв 6 місце.

Якщо на Етапі 1 для визначення оцінок ваг використовувати класичний метод (пошук ваг альтернатив як елементів власного вектору матриці попарних порівнянь, який відповідає максимальному власному числу матриці), то отримаємо ваги, які наведені в Табл. 9.

Табл. 9. Нормовані ваги альтернатив, які знайдені по емпіричній матриці попарних порівнянь за допомогою класичного методу

№	Вага	№	Вага	№	Вага	№	Вага	№	Вага
1	0,02183031	15	0,00748299	29	0,02259041	43	0,01710684	57	0,02350067
2	0,00934289	16	0,01797268	30	0,00693438	44	0,01572453	58	0,02569871
3	0,02036421	17	0,01495228	31	0,01136776	45	0,00895401	59	0,01092521
4	0,01275600	18	0,01477740	32	0,01900451	46	0,02174720	60	0,00120868
5	0,01939620	19	0,00570069	33	0,02498934	47	0,00705689	61	0,00367391
6	0,02029092	20	0,01658224	34	0,00170339	48	0,02182543	62	0,02521008
7	0,01114681	21	0,02370294	35	0,01928216	49	0,00690983	63	0,00905019

№	Вага	№	Вага	№	Вага	№	Вага	№	Вага
8	0,01615891	22	0,00927783	36	0,01880474	50	0,00178982	64	0,01598368
9	0,01531115	23	0,01214221	37	0,02056576	51	0,02480749	65	0,02068810
10	0,01033382	24	0,00923552	38	0,02357755	52	0,01854666	66	0,00257934
11	0,01233080	25	0,00304845	39	0,01244670	53	0,01630315	67	0,00785267
12	0,01220317	26	0,00304870	40	0,01160145	54	0,01309741	68	0,02471132
13	0,00439212	27	0,02296763	41	0,01278566	55	0,02124138	69	0,01322168
14	0,00853823	28	0,01157322	42	0,02248972	56	0,00264224	70	0,02293906

Позиції при впорядкуванні знайдених ваг за убуванням: 58, 62, 33, 51, 68, 21, 38, 57, 27, 70, 29, 42, 1, 48, 46, 55, 65, 37, 3, 6, 5, 35, 32, 36, 52, 16, 43, 20, 53, 8, 64, 44, 9, 17, 18, 69, 54, 41, 4, 39, 11, 12, 23, 40, 28, 31, 7, 59, 10, 2, 22, 24, 63, 45, 14, 67, 15, 47, 30, 49, 19, 13, 61, 26, 25, 56, 66, 50, 34, 60. Дійсний переможець в наведеному впорядкуванні зайняв лише 13 місце.

На даному етапі видно, що в умовах погано узгодженої матриці попарних порівнянь великої розмірності Модель 4(Б) справилась з поставленою задачею набагато ефективніше класичного методу.

Виходячи з результатів роботи Моделі 4(Б) для Етапу 2 відбираються альтернативи з номерами: 68, 62, 57, 58, 70, **1**, 46, 51, 33, 65, 21, 27, 6, 55, 3. Присвоїмо даним альтернативам нові порядкові номери відповідно: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 (дійсний переможець тепер має номер 6). Ці альтернативи повторно порівнюються експертом (експертами), після чого формується нова емпірична матриця попарних порівнянь розмірності 15×15. В нашому прикладі ця матриця генерується за принципом (1) з тою відмінністю, що модуль $|k_{ij}|$ розподілений рівномірно в інтервалі $(0{,}1;\,0{,}2)$. Зменшення рівня шуму в попарних порівняннях та покращення узгодженості матриці відповідає ситуації на практиці, коли експерти набагато менше помиляються при порівнянні малої кількості альтернатив. Емпірична матриця попарних порівнянь 15 кращих альтернатив наведена в Табл. 10.

Табл. 10. Емпірична матриця попарних порівнянь 15 кращих альтернатив

№ / №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1,0000	1,1799	0,8348	1,1754	0,9835	1,1181	1,2148	1,1544	1,1712	1,0082	0,9318	0,8896	1,1356	1,3002	1,1970
2	0,8475	1,0000	0,8598	1,1476	1,3307	1,1186	0,8297	1,1277	0,8067	0,9411	0,8914	1,1486	0,7956	0,9382	1,1493
3	1,1978	1,1630	1,0000	1,1958	1,3692	0,8139	1,1499	0,8757	1,1758	1,3435	1,1677	1,1445	1,1490	1,3850	1,2070
4	0,8508	0,8714	0,8362	1,0000	1,0210	0,7898	1,1870	1,1548	1,1023	0,9751	1,1698	0,8696	1,1265	1,2583	0,8458
5	1,0168	0,7515	0,7304	0,9795	1,0000	0,7462	0,7532	1,0307	1,0171	1,1404	0,7601	0,7018	1,0430	0,8661	0,7692
6	0,8944	0,8940	1,2287	1,2662	1,3401	1,0000	1,2236	1,1359	0,8516	1,2844	1,2300	0,8554	1,1850	1,0474	0,9232
7	0,8232	1,2052	0,8696	0,8424	1,3277	0,8173	1,0000	0,8520	1,1452	0,9569	0,9008	0,8832	0,7988	0,9182	0,8538
8	0,8662	0,8868	1,1420	0,8659	0,9702	0,8804	1,1737	1,0000	0,8265	1,2633	0,9101	0,8011	1,1408	0,9901	0,8411
9	0,8538	1,2396	0,8505	0,9072	0,9832	1,1742	0,8732	1,2099	1,0000	0,9200	0,8785	1,1413	0,8449	1,2809	0,8494
10	0,9919	1,0625	0,7443	1,0256	0,8769	0,7786	1,0450	0,7916	1,0869	1,0000	1,0782	0,7688	0,7780	0,8480	0,8129
11	1,0732	1,1219	0,8564	0,8549	1,3157	0,8130	1,1101	1,0987	1,1382	0,9274	1,0000	0,8572	1,1597	1,3174	1,1216
12	1,1241	0,8706	0,8737	1,1500	1,4249	1,1691	1,1322	1,2483	0,8762	1,3007	1,1666	1,0000	1,1848	1,3330	1,2115
13	0,8806	1,2569	0,8704	0,8877	0,9587	0,8439	1,2519	0,8765	1,1836	1,2853	0,8623	0,8441	1,0000	1,0097	0,8684
14	0,7691	1,0659	0,7220	0,7947	1,1545	0,9548	1,0891	1,0100	0,7807	1,1792	0,7591	0,7502	0,9904	1,0000	1,0327
15	0,8354	0,8701	0,8285	1,1824	1,3000	1,0831	1,1712	1,1890	1,1772	1,2301	0,8916	0,8254	1,1516	0,9683	1,0000

За допомогою Моделі 4(Б) знаходимо оцінки ваг (наведені в Табл. 11).

Табл. 11. Нормовані ваги альтернатив, які знайдені по емпіричній матриці попарних порівнянь 15 кращих альтернатив за допомогою Моделі 4(Б)

№	Вага	№	Вага	№	Вага	№	Вага	№	Вага
1	0,033062089	4	0,030903278	7	0,031607605	10	0,029477005	13	0,033248924
2	0,031715613	5	0,028064139	8	0,031315967	11	0,032073308	14	0,02859486
3	0,032986573	6	0,033913828	9	0,033205796	12	0,033372433	15	0,032809336

Позиції при впорядкуванні знайдених ваг за убуванням: 6, 12, 13, 9, 1, 3, 15, 11, 2, 7, 8, 4, 10, 14, 5. Дійсний переможець в наведеному впорядкуванні зайняв 1 місце.

Виходячи з результатів роботи Моделі 4 для Етапу 3 обираються альтернативи з номерами: 6, 12, 13, 9, 1, 3, 15. Присвоїмо даним альтернативам нові порядкові номери відповідно: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (дійсний переможець тепер має номер 1). Ці альтернативи повторно порівнюються експертом (експертами), після чого формується нова емпірична матриця попарних порівнянь розмірності 7×7. В нашому прикладі ця матриця знову генерується за принципом (1) з тою відмінністю, що модуль $|k_{ij}|$ розподілений рівномірно в інтервалі $(0;0,03)$. Емпірична матриця попарних порівнянь 7 найкращих альтернатив наведена в Табл. 12.

Табл. 12. Емпірична матриця попарних порівнянь 7 кращих альтернатив

№ / №	1	2	3	4	5	6	7
1	1,0000	0,9962	1,0503	0,9978	0,9885	1,0250	1,0884
2	1,0038	1,0000	1,0206	0,9953	0,9745	0,9877	1,0501
3	0,9521	0,9798	1,0000	0,9751	1,0159	0,9898	1,0093
4	1,0022	1,0048	1,0256	1,0000	1,0076	1,0039	1,0517
5	1,0116	1,0262	0,9844	0,9924	1,0000	0,9828	1,0558
6	0,9756	1,0124	1,0103	0,9961	1,0175	1,0000	1,0689
7	0,9188	0,9523	0,9907	0,9508	0,9472	0,9355	1,0000

За допомогою класичного методу (пошук ваг альтернатив як елементів власного вектору матриці попарних порівнянь, який відповідає максимальному власному числу матриці) знаходимо оцінки ваг (наведені в Табл. 13).

Позиції при впорядкуванні знайдених ваг за убуванням: 1, 4, 6, 5, 2, 3, 7. Дійсний переможець в наведеному впорядкуванні зайняв 1 місце.

Таким чином, по завершенню Етапу 3 переможець веред вихідного набору з 70 альтернатив знайдений вірно.

Табл. 13. Нормовані ваги альтернатив, які знайдені по емпіричній матриці попарних порівнянь 7 кращих альтернатив за допомогою класичного методу

№	Вага
1	0,14573088
2	0,14344353
3	0,14120601
4	0,14476148
5	0,14387277
6	0,14442723
7	0,1365581

Висновок

Незважаючи на розвиток наука та автоматизації методів прийняття рішення, всі відповідальні рішення приймає людина. В сучасній економічній ситуації перед впровадженням будь-якого проекту (будь-то побудова корабля, впровадження АСУ, тощо) виникає питання вибору однієї з альтернатив. В цьому випадку найбільш логічним рішенням є генерація множини альтернатив (проектів) під заздалегідь відомі критерії. Для подальшого вибору одного найкращого проекту може використовуватись запропонований в даній статті модифікований метод аналізу ієрархій.

Список посилань

1. Saaty, T.L. Multycriteric Decision Making. The Analytic Hierarchy Process, McGraw Hill International. – New York, 1980. Translated to Russian, Portuguese, and Chinese. Revised edition, Paperback. – Pittsburgh, PA: RWS Publications, 1990, 1996.
2. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Tomas Saaty. The Analytic Hierarchy Process. – Пер. с англ. Р.Г. Вачнадзе. – М.: Радио и связь, 1993. – 315 с.
3. Саати, Т. Аналитическое планирование. Организация систем / Саати Т., Кернс К.; пер. с англ. Р.Г. Вачнадзе; под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1991. – 223 с.
4. Павлов, А.А. Математические модели оптимизации для обоснования и нахождения весов объектов в методе парных сравнений [Текст] / А.А. Павлов, Е.И. Лищук, В.Н. Кут // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2007р. – №2. – С. 13 – 21.
5. Павлов, А.А. Многокритериальный выбор в задаче обработки данных матрицы парных сравнений [Текст] / А.А. Павлов, Е.И. Лищук, В.Н. Кут // Вісник НТУУ „КПІ” Інформатика, управління та обчислювальна техніка. – 2007. – №46. – С. 48 – 52.

Поступила в редакцию 7.12.2009