

## ТЕОРЕТИКО-ГРАФОВИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛЕНИХ БЕЗПРОВІДНИХ СЕНСОРНИХ МЕРЕЖ

Розглянуто теоретичну інтерпретацію для задач керованості, контрольованості та спостережуваності в безпроводних сенсорних мережах (БСМ) із застосуванням графів. Удосконалено підхід до оцінки розподілених БСМ, який дозволяє підвищити продуктивність. Досліджено задачу спостережуваності для цього підходу оцінки та отримані необхідні умови.

The theoretical interpretation using the graphs for the problems of control, controllability and observability in wireless sensor networks (WSN) was considered. Approach to the evaluation of distributed WSN, which allows to increase performance was improved. The problem of observability for this approach and assess the necessary conditions was investigated.

### 1. Постановка проблеми дослідження сенсорних мереж та її зв'язок із важливими науковими та практичними завданнями

Розподілені безпроводні сенсорні мережі (БСМ) становлять важливий клас мереж, який в зв'язку з наявністю аномальних умов функціонування вимагають нового підходу до оцінки їх властивостей та на його підставі перспективного теоретико-графового методу та засобів аналізу задачі спостережуваності. Розв'язувані задачі пов'язані з тематикою НДР кафедри ЕЕ Тернопільського національного технічного університету (ТНТУ) та актуальність їх підсилюється запланованим виконанням важливих наукових і практичних завдань згідно з програмою "Наука та інженерія поза межами закону Мура" [1].

### 2. Аналіз останніх досліджень і публікацій в галузі теорії, аналізу та синтезу БСМ 2.1. Генезис проблеми

До витоків теорії створення об'єднаних в мережу систем можна віднести модель стада Рейнольдса і роботи авторів Vicsek та ін. В останні десятиріччя цій напрям набув подальшого інтенсивного розвитку з отриманням численних результатів. Значний комплекс досліджень зосереджений на двох основних складових – гомогенних мережах, де агенти або вузли ідентичні один одному, та гетерогенних мережах, в яких деякі представники володіють більш ширшими можливостями. Слід зазначити, що останнім часом моделям систем і мереж

на підставі графів присвячується щодалі більша кількість наукових робіт і дисертаційних досліджень [2-5].

### 2.2. Аналіз розподілених безпроводних сенсорних мереж

Розподілена БСМ загалом складається з комплекту сенсорних вузлів, кожен з яких інтегрований з мікропроцесором, приймачем-передавачем (трансвером), а в деяких випадках виконавчим механізмом. Таким чином, сприймаючи сигнали на відстані, вузли здатні здійснювати нескладну обробку інформації та комунікуватися на короткі відстані. Незважаючи на поширення в довкіллі, цю інформацію слід повідомити до однієї або більше базових станцій для синтезу даних і прийняття рішень. Наявність таких центральних вузлів зумовлює віднесення БСМ до гетерогенної мережі.

Загальна мета БСМ полягає в збиранні інформації про довкілля, наприклад, освітленість, температуру, радіоактивність, переміщення і локалізацію, електричні, оптичні та теплові величини різноманітних засобів, параметри систем енергоспоживання, тощо, а також в моніторингу загроз безпеці в покритій сенсорною мережею зоні. Сприйняття за допомогою БСМ ставить важливий виклик і суттєву складну задачу для контролю та комунікації, тому що вимагається поєднання добре скоординованого зчитування даних, комунікації та принципів керування і контролю для подолання обмежень щодо потужності та пропускної здатності (Rahmani A., Ji M., Mesbahi M., Egerstedt M., 2007). В типовій БСМ, де наявна централізова-

на комунікація, тобто кожен вузол передає дані безпосередньо до центрального вузла, це неможливо здійснити із-за обмеженості ширини смуги. Обмежена відстань передавання сенсорними вузлами, а також той факт, що вони завжди розміщені на великій площі, зумовлюють надалі неможливість використання централізованої схеми.

В літературі запропоновані два підходи до координації чи узгодження – багатоетапну передачу, в якій беруть участь декілька проміжних вузлів-ретрансляторів (multi-hop), та із застосуванням мобільних центральних вузлів [6]. У мережах з ретрансляторами сенсорні вузли передають свої дані до базової станції безпосередньо або через інші вузли. В такому оточенні проміжний вузол виконує функцію маршрутизатора. Він передає свої власні дані разом з даними верхнього каналу зв'язку до наступного вузла. В наукових працях запропонована низка ретрансляційних протоколів маршрутизації із розв'язанням деяких задач, зокрема стабільності, втрати пакетів. Тим не менше, передбачені на комунікацію витрати призначені для подолання двох основних перешкод методу з використанням ретрансляторів, які в основному пов'язані з потужністю та накопиченням помилок.

Згідно з другим підходом центральний вузол (вузли) може переміщатися повсюди та збирати дані з вузлів, що знаходяться в межах дальності передачі. Уникнувши труднощів, з якими стикаються в мережах з ретрансляторами, принцип мобільних сенсорних вузлів теж має обмеження. Мобільний вузол може накопичувати інформацію лише від невеликої частини мережі, причому розмір цієї області та швидкість її переміщення визначаються оновленням частоти. Якщо площа велика та швидкість низька, частота може бути досить низькою, щоб вплинути на паралелізм або співпадання в часі даних.

Інші пов'язані на цю тему результати можна знайти в роботі R. Olfati-Saber (2005), зокрема в контексті узгоджувального фільтру, в якому автор звів розподілений фільтр Кальмана до двох окремих динамічних узгоджувальних задач. Іншими авторами – Gupta V., Jeffcoat D., Murray R. M. (2006), – представлений стохастичний підхід для формування оптимальних траєкторій давачів для висвітлення завдань мобільної сенсорної мережі. Оцінка задач в мережі з пакетним виділенням каналів досліджена в публікаціях Gupta V., Dana A. F., Hespanha J. P., Murray R. M. (2006), де наведено оптимальний

підхід. Відповідно до нього вимагається, щоб кожен вузол в каналі зв'язку запам'ятав та опрацював отриманий пакет.

### 3. Формулювання мети статті (постановка завдання)

До мети статті належить розробка графованих засад оцінки розподілених БСМ підвищеної продуктивності з врахуванням спостережуваності і керованості в аномальних станах.

### 4. Розробка та дослідження теоретико-графових моделей та засобів аналізу БСМ

#### 4.1. Моделі безпроводної сенсорної мережі на підставі графів

До об'єкту дослідження належать процеси функціонування компонентів БСМ в умовах дії збурювальних факторів. Графи в подальшому будуть адаптовані для представлення обмеженої поточної інформації в мережі, в якій дуги між вузлами відповідають спільно використуваній інформації. Надалі вводиться низка основних понять і позначень щодо моделювання на основі графів та висвітлюються деякі корисні властивості, пов'язані з матричним поданням графів. Топологію БСМ можна описати орієнтованим графом  $G(V, E, w)$ , який визначається набором вузлів  $V = \{1, \dots, n\}$  і дуг  $e \in E$ , пов'язаних з набором вузлів декартовим добутком, тобто  $E \subset V \times V$ , причому  $w$  – ваговий коефіцієнт (рис. 1). Кількість вузлів графа  $G$  – це його порядок, а загальна кількість дуг – розмір. Нехай набір вузлів і дуг графа  $G$  іменуються  $V(G)$  та  $E(G)$ , відповідно. Якщо застосовується символ  $||$  для позначення кардинального числа (кількості елементів множини), то отримується, що порядок графа – це  $|V(G)|$  та його розмір  $|E(G)|$  – це кількість його дуг.

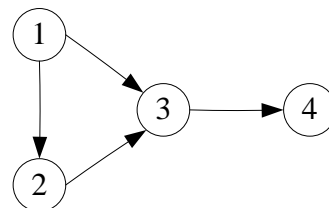


Рис. 1. Орієнтований граф для  $V=\{1, 2, 3, 4\}$  та набору дуг  $E=\{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 4)\}$

Розглянемо стан моделювання БСМ на підставі графів. Співставимо граф взаємодії з наявними інформаційними потоками, в якому вузли відповідають сенсорам, а дуги – доступним міжсенсорним каналам зв'язку. Такі графи взаємодії – відповідні представники основної мережевої топології, викликані обмеженістю інформації та локалізованою взаємодією.

Введемо математичне поняття площі мережі:

$$S_{i|\bar{i}=1, n} = \beta_i \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \Delta t_{ij}, \quad (1)$$

де  $x_i(t) \in \mathcal{R}^n$  – вектор стану сенсора  $\mathcal{G}_i$  в момент часу  $t$ ;

$\beta_i, w_{ij}$  – вагові коефіцієнти, що визначаються для конкретної БСМ;

$n_i$  – набір сусідів сенсора  $\mathcal{G}_i$ , наприклад, комплект сенсорів  $\mathcal{G}_j$ , які взаємодіють з сенсором  $\mathcal{G}_i$ ,

$\Delta t_{ij}$  – середній час обміну даними між сусідніми сенсорами.

Застосуємо правило найближчих сусідів:

$$\dot{x}_i(t) = \frac{S_{i|\bar{i}=1, n}}{\Delta t_{ij}}, \quad \Delta t_{ij} = const. \quad (2)$$

Для визначення швидкості передачі даних від групи сусідніх сенсорів до визначеного вузла доцільно скористатись математичною моделлю (2). Для цього розділимо значення відстані між вузлами на час передачі інформації. Отримуємо математичну модель залежності швидкості передачі даних від часу та відстані між вузлами:

$$v_* (\Delta t_{ij}, x) = \frac{\beta_i \sum_{j \in N_i} w_{ij} (x_i(t) - x_j(t))}{\Delta t_{ij} v_{nom}}, \quad (3)$$

де  $v_* (\Delta t_{ij}, x)$  – швидкість передачі даних у відносних одиницях.

Результати чисельного експерименту наведені на рис. 2. Дослідження показали, що із збільшенням відстані між вузлами, необхідно збільшувати швидкість передачі даних за законом  $v_*$ . За такої умови забезпечується стабільна робота мережі, оскільки час передачі з довільного вузла буде однаковий.

Дослідження показали, що із збільшенням відстані між вузлами, необхідно збільшувати швидкість передачі даних за законом  $v_*$ . За такої умови забезпечується стабільна робота ме-

режі, оскільки час передачі з довільного вузла буде однаковий.

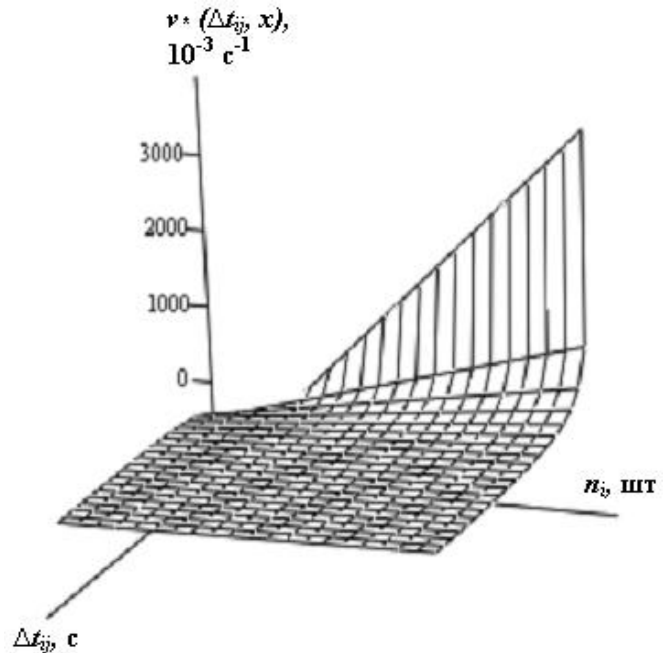


Рис. 2. Залежність швидкості передачі даних від часу та відстані між вузлами

Особливе значення для подальших досліджень відіграють графи з  $R_p$ -кругом суміжності (рис. 3) [2, 6]. У графі з  $R_p$ -кругом суміжності дуги встановлені між вузлами  $\mathcal{G}_i$  та  $\mathcal{G}_j$ , якщо та лише якщо сенсори знаходяться на відстані  $R_p$  один від одного, тобто, коли  $|x_i - x_j| \leq R_p$ .

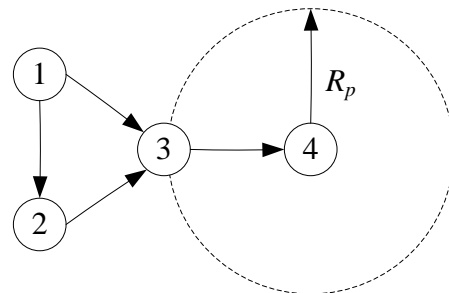


Рис. 3. Граф з  $R_p$ -кругом суміжності для  $V = \{1, 2, 3, 4\}$

Слід зазначити, що такі графи носять динамічний характер, зокрема можуть з'явитися чи зникнути в цих ребрах в якості сенсорів або переміститися поза відстань сприйняття чи комунікації один з одним. Крім цього, можна припустити, що сенсори приєднуються або видаляються, в результаті чого не тільки набір дуг, але й комплект вузлів створює динамічну структуру. Надалі не досліджуватиметься цієї останньої ситуації і тим самим обмежується статич-

ним характером набору вузлів, в той же час комплекти дуг піддаються динамічним змінам.

#### 4.2. Оцінка безпроводних сенсорних мереж на підставі графів

Розглядається БСМ з  $n$  сенсорами, базовий сенсорний граф  $G_s = (V_s, E_s, w_s)$ , вершини якого містять давачі, а дугами є канали зв'язку між парами вершин. Не відходячи від узагальнень, нехай  $u_i \in \mathfrak{R}$  – вихідна фізична величина чи сигнал або параметр давача вузла (вершини)  $\mathcal{G}_i$ ,  $i = \{1, \dots, N\}$ . Потім за  $x \in \mathfrak{R}^n$  приймається стан розподіленого оцінювача та за  $x_i$  – сигнал суміжного компонента, пов'язаного з вершиною  $\mathcal{G}_i$ . Слід зауважити, що  $x_i$  відрізняється формою від дійсного сигналу сприйняття  $u_i$ , причому  $x_i$  визначається на підставі алгоритму розподіленої оцінки. Ці сигнали  $x_i$ , а не  $u_i$ , передаються по каналах зв'язку та обчислюються процесорами, вбудованими в сенсорні вузли БСМ. Іншими словами, кожній вершині притаманні три функції: перша – давача, який моніторує значення параметра  $u_i$ ; друга – компонента оброблення системи розподілених обчислень, який оновлює свій стан  $x_i$  при обробці інформації, отриманої з її каналів зв'язку; третя – трансівера, що обмінюється інформацією про стан зі своїми сусідами ( $x_j, j \in n(i)$ ).

Базуючись на результатах (Ji M., 2007), необхідний алгоритм оцінки можна описати таким чином. В початковий момент відліку часу вузол (вершина)  $\mathcal{G}_i$  записує значення перетвореної або вимірної (сприйнятої чи зчитаної) ним величини  $u_i$  та використовує його початковим значенням для  $x_i$ . Потім вузол оновлює власний стан, ґрунтуючись на локальній інформації, тобто на усіх станах суміжних вузлів і своєму стані. Алгоритм можна сформулювати так:

$$\frac{dx_i}{dt} = \beta_i \sum_{j \in n(i)} w_{ij}(x) f(x_j(t) - x_i(t)), \quad x_i(0) = u_i, \quad (4)$$

де  $w_{ij}(x) = f(J_0(j\alpha u_i), J_n(j\alpha u_i))$ , причому

$$J_n(j\alpha e_i) = \frac{\left(\frac{j\alpha e_i}{2}\right)^2}{1!^2} - \frac{\left(\frac{j\alpha e_i}{2}\right)^4}{2!^2} + \frac{\left(\frac{j\alpha e_i}{2}\right)^6}{3!^2} - \dots, \quad (5)$$

$$J_n(j\alpha e_i) = \frac{\left(\frac{j\alpha e_i}{2}\right)^n}{0!n!} - \frac{\left(\frac{j\alpha e_i}{2}\right)^{n+2}}{1!(n+1)!} + \frac{\left(\frac{j\alpha e_i}{2}\right)^{n+4}}{2!(n+2)!} - \dots \quad (6)$$

є функціями Бесселя з уявним аргументом нульового та вищих порядків.

На основі цього удосконаленого підходу центральні вузли здійснюють вибірку даних спостереження

$$y(t) = \varphi(x(t)), \quad y(t) \in \mathfrak{R}^q, \quad q \ll n, \quad (7)$$

де  $q$  – наявна кількість центральних вузлів, причому

$$x(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T. \quad (8)$$

Задача в подальшому зводиться до однозначного визначення  $u = [u_1, \dots, u_n]^T$  із  $y(t)$ .

Якщо прийняти правило найближчого суміжного вузла для  $f(\cdot)$  згідно з (4), то отримується:

$$\frac{dx_i}{dt} = \beta_i \sum_{j \in n(i)} \beta_{ij} (x_j - x_i), \quad i = 1, \dots, n. \quad (9)$$

Використовуючи умовне позначення керування на основі графа, вираз (9) можна записати у вигляді

$$\begin{cases} \dot{x} = -L(G_s)x, & x(0) = u, \\ y = Mx, \end{cases} \quad (10)$$

де  $L(G_s)$  – лапласівська матриця графу, що відповідає БСМ,

$M \in \mathfrak{R}^{q \times n}$  – матриця даних моніторингу.

Оскільки граф вважається статичним, то надалі використовується  $L_s$  для  $L(G_s)$ , щоб це не викликало жодної плутани. ґрунтуючись на доведенні (Ji M., 2007), можна констатувати, що система (10) стійка та  $x_i(t)$  збігається до  $\sum_1^n u_i / n$  для всіх  $i \in \{1, n\}$  та  $w_{ij} = const$ . Тим не менш, з теорії керування відомо: якщо система  $(-L_s, M)$  є спостережуваною, то можна повністю відновити первісний її стан  $x(0)$  на підставі даних моніторингу  $y(t)$ . Слід відзначити, що для випадку декількох центральних вершин, кожний центральний вузол збирає сирі неопрацьовані відомості з сенсорної підмножини та накопичує їх разом, – ця дія рівнозначна множенню  $u$  на кожен рядок  $M$ . Потім сумарні результати повідомляються на одну супервершину для остаточного оброблення інформації та прийняття рішення.

Також обмежено  $M$  до  $(0, 1)$ -матриці, а це означає, що всі канали однаково зважені. Якщо  $M$  містить ненульовий елемент у стовпці  $j$ ,

рядок  $i$ , то це означає, що є комунікація між давачем  $j$  та центральним вузлом  $i$ .

### 4.3. Дослідження спостережуваності БСМ

Отримані в цьому пункті результати тісно пов'язані з наведеними іншими авторами (Egerstedt M. та ін., 2007) розв'язками із-за дуалізму між задачами спостереження та керування. Надалі використовуються деякі позначення, пов'язані з нетривіальним об'єктивним розділенням (НОР). При цьому очевидний тривіальний розклад зводиться до  $n$ -розділів, тобто  $p = \{\{1\}, \{2\}, \dots, \{n\}\}$ .

Розглядаючи БСМ, припустимо, що її основному сенсорному графу притаманний НОР  $p_s$  з  $p_s = r$  та  $C_{ps}$  – характеристична матриця НОР  $p_s$ . Внісши деякі зміни до позначень, нехай в подальшому  $\overline{C_{ps}} = (C_{ps}^T C_{ps})^{-0,5} C_{ps}$  буде нормалізованою характеристичною матрицею для  $C_{ps}$  та  $H_{ps}$ , які вибираються таким чином, що формується ортогональна матриця  $T = \left[ \overline{C_{ps}} \mid H_{ps} \right]$ .

Беручи до уваги БСМ, розцінімо центральні вузли лідерами в структурі лідер-послідовник та позначимо результуючий граф розширеним сенсорним графом  $G$ .  $G$  – ніщо більше, як доповнення сенсорного графа  $G_s$  центральними вершинами та додання в  $G_s$  дуг, які представляють собою потоки інформації від сенсорних вузлів до центрального вузла. Сенсорний граф  $G_s$  відіграє аналогічну до повторюваного графа  $G_f$  роль в структурі лідер-послідовник. Відмінність полягає в тому, що в БСМ інформаційні потоки спрямовані від сенсорних вузлів до центрального вузла, тоді як у лідер-повторюваній структурі інформаційні потоки напрямлені від лідерів до послідовників.

За такої побудови справджується наступна лема:

- Для БСМ з графом комунікації  $G_s$  і розширеним графом  $G$  система (10) не є повністю спостережуваною, якщо існують НОР на  $G$  і  $G_s$ , іншими словами такі  $p$  та  $p_s$ , що всі нетривіальні соти НОР  $p$  містяться в НОР  $p_s$ , тобто такі  $\exists p$  та  $p_s$ , що  $|C_i| = 1, \forall C_i \in p \setminus p_s$ .

Більше того,  $T_s = \left[ \overline{P_s} \mid \overline{Q_s} \right]$  є перетворенням подібності, що дає декомпозицію моніторованості системи.

Таким чином, сформульована достатня умова для не повністю керованої БСМ. Зворотнє твердження цієї леми забезпечує необхідні умови для цілком моніторованої БСМ. Стверджується це таким наслідком:

- Маючи в наявності сенсорний граф комунікації  $G_s$  та його доповнений граф  $G$ , необхідна умова для системи  $(-L_s, M)$  щодо спостережуваності полягає в тому, що не існує жоден НОР  $p$  та  $p_s$  над  $G$  та  $G_s$ , так що  $p$  та  $p_s$  спільно використовують всі нетривіальні соти.

### Висновки та перспективи подальших досліджень у даному напрямку

Удосконалено принцип оцінки розподіленої БСМ. Згідно з цією концепцією кожен сенсорний вузол вільно переміщується за зближувально-подібною схемою в локальній інформаційній системі, а також центральні вузли оцінюють первинну дійсну інформацію шляхом спостереження невеликої групи сенсорів. Висвітлено одне з найважливіших питань удосконаленого підходу – спостережуваність та отримано низку необхідних умов. Подано теоретичну інтерпретацію із застосуванням графів для задач керованості, контрольованості та спостережуваності в розподілених БСМ.

Удосконалений метод менш складний порівняно із ретрансляційною концепцією чи принципом мобільного центрального вузла. Кожен сенсорний вузол нескладно обчислює середнє значення, навіть не знаючи ідентифікаційних ознак своїх сусідів. Він не повинен займатися задачею маршрутизації – найважливішою частиною в системах із застосуванням ретрансляторів чи багатократним відбиттям радіохвиль. З точки зору центральних вузлів, необхідно пройти через зону для зібрання даних, так що їм не доведеться турбуватися про задачу покриття чи планування руху.

Оскільки центральні вузли мають широкий діапазон комунікаційних можливостей, то вони можуть спільно використовувати чи сумісно розподілити інформацію та зберегти копію для кожного з них. Таким чином, кожен центральний вузол може відігравати роль засобу прийня-

яття рішення. А подальше розширення може бути таким, що кожен вузол виступає центральним вузлом, використовує хронологію (передісторію) свого власного стану, та робить логічний висновок про стан інших. Хоч ця схема є витонченою та стійкою в сенсі толерантності до помилок, вбачається за перспективне займатися цим напрямом.

### Список літератури

1. Science and Engineering Beyond Moore's Law. – Режим доступу: [http://www.nsf.gov/about/budget/fy2009/pdf/44\\_fy2009.pdf](http://www.nsf.gov/about/budget/fy2009/pdf/44_fy2009.pdf)
2. Дунець Р.Б. Знаходження шляху обходу вершин дугами при візуалізації топологій на площині / Р. Б. Дунець, Т. М. Басюк // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Комп’ютерні системи та мережі”. – 2007. – С. 43-48.
3. Кочкаров Азрет Ахматович. Новые теоретико-графовые подходы в моделировании сложных систем: дис. ... канд. физ.-мат. наук : 05.13.18 / Кочкаров Азрет Ахматович. – М., 2005. – 118 с.
4. Кулаков О.Ю. Програмно-апаратна організація GRID-систем на основі технології віртуальних мереж: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.13.05 “Комп’ютерні системи та компоненти” / Кулаков Олександр Юрійович; Нац. техн. ун-т України “Київ. політехн. Ін-т”. – Київ, 2010. – 22 с.
5. Парасюк І. М. Моделе-орієнтовані методи побудови та оцінювання програмних архітектур на основі нечітких графів / І. М. Парасюк, С. В. Єршов // Проблеми програмування. – 2008. – №2-3. – С. 181-190.
6. Kościelnik D. Overview of the Methods for Information Broadcast in ad-hoc Wireless Networks / D. Kościelnik, J. Stępień // Telecommunication Review. – 2010. – No 5. – Pp. 168-173.