УДК 681.324

СИМОНЕНКО А.В.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ В GRID СИСТЕМАХ

В статье выполнен анализ влияния количества рёбер в графе на выбор стратегии составления расписания. Приведены определения, теоремы и следствия, являющиеся основой эффективных алгоритмов для динамических планировщиков неоднородных GRID систем.

This paper presents the analysis of influence of number of edges in a graph on time scheduling strategy selection. Definitions, theorems and consequences are given that form a background of effective algorithms for dynamic scheduler for heterogeneous GRID systems.

Введение

Идея объединения компьютеров имеет давнюю историю. Начало положили стандарты и протоколы, позволяющие создавать локальные сети из нескольких компьютеров. Через некоторое время появилась возможность связать множество локальных сетей в одну глобальную – интернет. В рамках локальных сетей были разработаны программные средства, позволяющие использовать суммарные вычислительные мощности машин, принадлежащих одному административному домену. Естественным продолжением развития информационных систем является перенос возможности утилизации вычислительных мощностей удаленных компьютеров с локального уровня на глобальный.

Так зародилась идея новой формы организации вычислительных средств, впослідствии получившая название GRID [1-5], которая позволяет унифицированным образом обвединять различные виды ресурсов в рамках динамически организующейся глобальной среды.

Для обеспечения практической применимости грид должна быть решена проблема обеспечения качества обслуживания (QoS – quality ofservice) пользователей [6]. Качество обслуживания – многоаспектное понятие, включающее: безопасность участвующих в GRID ресурсов и безопасность выполняющихся заданий, надежность и постоянную доступность ресурсов. В конечном счете качество обслуживания должно обеспечивать приемлемое и предсказуемое время выполнения заданий.

В GRID одновременно и независимо друг от друга работают множество пользователей, в то время как базовый слой грид **[3]** образуют протоколы удаленного доступа к ресурсам, которые поддерживают лишь индивидуальные операции отдельных пользователей. Результатом независимой работы пользователей будут локальные перегрузки одних ресурсов, при простое других.

В условиях коллективного характера функционирования GRID необходимым механизмом обеспечения качества обслуживания является планирование, которое, выполняясь в контексте диспетчеризации, то есть автоматического распределения ресурсов при обслуживании запросов, осуществляет координацию разделения ресурсов между заданиями пользователей.

Ключевая идея рассматриваемого подхода заключается в разделении процесса распределения или составления расписания на предварительный анализ исходной информации, определения стратегии поиска решения и поиска варианта решения с использованием результатов анализа. Этап предварительного анализа исходной информации существенно уменьшает общее время решения по сравнению с классическими методами решения.

Постановка задачи

В общем виде требования заявок на захват ресурсов вычислительной системы можно разделить на обязательные Cx, x=1..p, и оптимизирующие Oy, y=1..к. С помощью обязательных $\forall C_x^{i,j} \in \{0,1\}$ требований анализируется принципиальная возможность предоставления i-той заявки j-того ресурса [1]. Оптимизирующие требования $\forall O_y^{i,j} \in [0,1]$ определяют степень предпочтения (приоритет) j-того ресурса для назначения на него i-той заявки по $O_y^{i,j}$ требованиям. Для определения степени претендования (приоритета) j-того ресурса для назначения на него i-той заявки по всем требованиям можно использовать выражение:

$$Q_{i,j} = \prod_{x=1}^{p} C_x^{i,j} \times \sum_{y=1}^{k} R_y O_y^{i,j} \qquad (1)$$

Где.

$C_x^{i,j}$ – степень выполнения x обязательного требования для назначения i заявки на j ресурс;

$O_y^{i,j}$ – степень выполнения оптимизирующего требования y для назначения i заявки на j ресурс;

R_y – весовой коэффициент оптимизирующего требования y.

Если система планирования учитывает обязательные и оптимизирующие требования, то значение коэффициента претендования в матрице связности вычисляется из выражения (1) и находится в диапазоне $Q_{i,j} \in [0,1]$, а при диспетчеризации, выполняемой с учетом только обязательных требований $Q_{i,j} = \prod_{x=1}^{p} C_x^{i,j}$ и $Q_{i,j} \in \{0,1\}$. В этом случае матрица связности, отображающая претендование заявок на ресурсы, примет булевый вид. Значение "1" означает, что ресурс принципиально подходит для размещения заявки, (имеется достаточный объем памяти, процессор имеет необходимые характеристики, вычислительный узел имеет необходимые программы и данные и т.д.).

Для системы из N ресурсов в какой-то момент времени имеется M работ (M=N). Требования работ на захват ресурсов представлены булевой матрицей связности MC[i,j], i=1..N, j=1..N. Необходимо определить отношение работа-ресурс A={(Vi,Wj)}, Vi∈V={1,2,..N}, Wj∈W={1,2,..N} так, чтобы ∀Vi∉V\Vi è ∀Wj∉W\Wj: {MC[Vi,Wj]=1| Vi≠Wj}. Введем дополнительные условия: ресурс может обслужить только одну заявку; процесс обслуживания заявки не может быть прерван; каждая работа имеет индивидуальные характеристики и может претендовать на захват только некоторых системных ресурсов; нет очереди к ресурсам (отсутствие очередей определяется тем, что на данном уровне планирования планировщик более высокого уровня выбрал из общего потока заявок такое количество заявок, которое соответствует количеству свободных ресурсов); одна работа может быть обслужена только одним ресурсом. "1" в матрице связности MC соответствует паре Работа(i) и Ресурс(j) и соответствует выполнению всех K обязательных требований, предъявляемых к системе обработки соответствующей заявки на этом ресурсе. "0" свидетельствует о невозможности обслуживания. При такой постановке решение задачи распределения заявок по ресурсам сводится к задаче поиска максимального паросочетания в невзвешенном двудольном графе.

Элементы теории ускорения распределения работ по ресурсам в неоднородных GRID системах

В основу наиболее известных алгоритмов [8-11] поиска максимального паросочетания в произвольном графе положены два основных подхода: сведение задачи к поиску максимального потока в сети [8] и поиска увеличивающего пути от свободных вершин [8]. В основу поиска увеличивающего чередующегося пути положена схема Диница [9] и разработанный на его основе алгоритм Хопкрофта-Карпа [11]. Наилучшие известные алгоритмы, реализующие этот подход и алгоритм Хопкрофта-Карпа, или его модификации, имеют полиномиальную теоретическую временную сложность Однако эти алгоритмы и программы их реализующие имеют сложную структуру или предназначены для частных случаев и не обеспечивают приемлемых временных показателей, что существенно ограничивает применение их в системах оперативного диспетчирования в GRID системах. Для уменьшения временной сложности алгоритмов поиска максимального паросочетания некоторые исследователи предлагают распараллеленные алгоритмы. Для алгоритмов, использующих поиск увеличивающего чередующегося пути, правильность выбора начального варианта паросочетания в значительной степени влияет на количество шагов при поиске увеличивающего пути. Многие авторы [1,2,3,] подчеркивают, что уникальные свойства дудольного графа позволяют уменьшить временную сложность алгоритмов. Для выявления особенностей двудольного графа, влияющих на временную сложность, выполнено статистическое исследование программной модели базового алгоритма Хопкрофта-Карпа с временной сложностью $O(N^{2.5})$. Результаты моделирования приведены на рис.1 для графов размерности 10

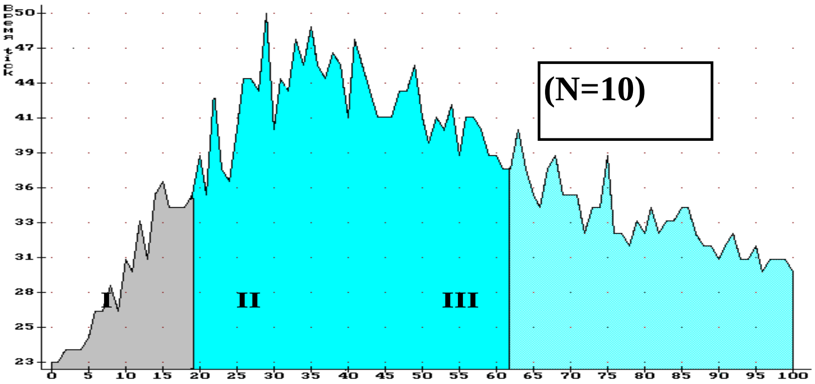

Рис. 1. График зависимости времени решения задачи поиска максимального паросочетания от коэффициента заполнения МС при N=10

Примечание: время вычисления максимального паросочетания вычислялость в относительных временных единицах (тиках), что соответствует нескольким тактам работы процессора.

Как видно из графика на рис. 1,2 время решения задачи зависит от коэффициента заполнения матрицы связности (МС) и размерности (на графиках приведены усредненные временные затраты испытаний с МС с заполненностью от 1% до 100% и 100-а испытаниях в каждой точке при шаге изменения процента заполнения МС равного 1%). Как видно из рис. 1, можно выделить три зоны. Исследования показали зависимость размера этих зон от размерности решения задачи (рис. 2). Значительные различия временных затрат в выделенных зонах обусловило необходимость исследования в них свойств двудольного графа.

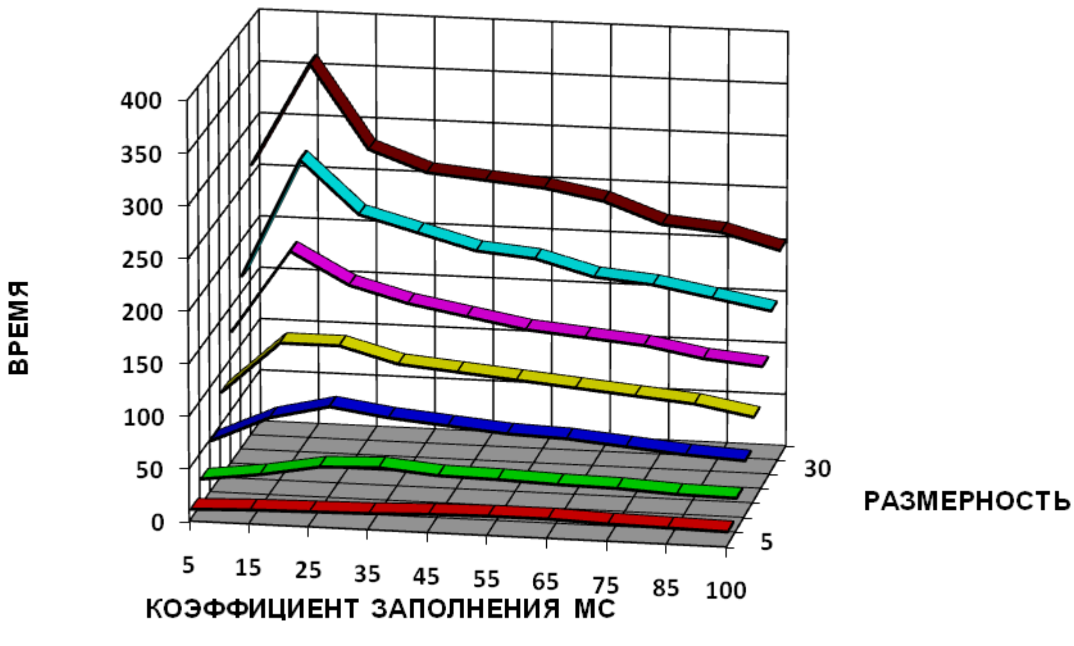

Рис. 2.

Кроме этого, анализ базового алгоритма показал зависимость времени решения задачи от правильности выбора исходного (базового) варианта решения.

Анализ алгоритмов поиска максимального паросочетания, а также анализ процесса поиска решения в выделенных зонах показывает, что наибольшие трудности, виляющие на

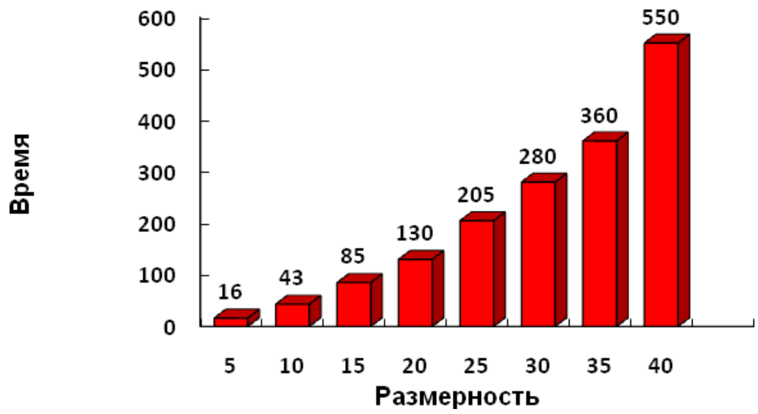

Рис. 3. Временная сложность решения задачи планирования с помощью базового алгоритма Карпа –Хопкрофта ($O(n^{2.5})$)

количество шагов, а отсюда и на время поиска максимального паросочетания, возникают в двудольных невзвешенных графах, в которых перманент МС близок к "1" или равен "0". Эти трудности вызваны тем, что поиск максимального паросочетания основан на центральной теореме Кенига-Холла о существовании паросочетания [8,9] и тереме Бержа [10]. По теоремой Бержа – "*паросочетание М в графе G максимально тогда и только тогда, когда в G не существует увеличивающего пути относительно М*". Поэтому, все известные алгоритмы предусматривают выполнение попыток поиска увеличивающего пути от свободных вершин после генерирования базового варианта даже в том случае, если этого пути нет, что существенно увеличивает время поиска.

Элементы технологии предварительного анализа структуры двудольного графа

Чтобы упростить решение задачи поиска максимального паросочетания предлагается разделить его на несколько этапов, когда собственно решению предшествует быстрый анализ исходной информации и выработка рекомендаций для ее дальнейшего решения. Добавление дополнительных шагов значительно меньшей временной сложности, чем сам алгоритм, не влияет на теоретическую оценку временной сложности алгоритма в целом, однако, позволяют: уменьшить размерность решения задачи за счет выделения назначений, которые обязательно нужно сделать и выделить назначения, которые делать нельзя и за счет этого избежать лишние проверки на возможность включения их в решение.

Кроме этого, на этапе подготовки исходной информации возможно вычисление мощности максимального паросочетания. Имея численное значение мощности можно избежать поиск увеличивающего пути от свободных вершин при достижении расчетной мощности паросочетания на очередном шаге поиска решения.

Задача назначения требует определения условий возможности ее решения, т.е. возможности полного распределения всех заявок по ресурсам.

Необходимые условия существования пол.-ного решения можно сформулировать слідующим образом

$$\sum_{j=1}^{N} MC[i,j] \neq 0,\ i=1..M \qquad (2),$$

$$\sum_{i=1}^{M} MC[i,j] \neq 0,\ j=1..N \qquad (3).$$

Анализ появления конфликтных ситуаций и условий их возникновения показывает, что выполнение условий 2, 3 является необходимым для получения полного варианта размещения, но недостаточным, так как условия не оценивают взаимосвязи возможных мест размещения заявок и влияния возможного назначения на последующие.

При выполнении дальнейших исследований используются следующие определения:

<u>Определение 1:</u> задан невзвешенный двудольный граф G=(V,E), где $V=\{V_R,V_J\}$, $V_R=\{R_1, R_2, ..., R_N\}$, $V_J=\{J_1, J_2, ..., J_N\}$ — вершины графа, $E=\{E_1, E_2, ..., E_d\}$ — дуги графа, $E_k=\{R^*,J^*\}$, где $R^*\in V_R$ и $J^*\in V_J$, где k=1..d , $0\le d\le N^2$. Булева матрица RJ[1..N,1..N] называется матрицей

связности графа G, если для $\forall$ i=1.. N, j=1..N

Где $RJ[i,j]=\begin{cases}1 \text{ если } (R_i, Job_j)\in E\\ 0 \text{ если} (R_i, Job_j)\notin E\end{cases}$.

<u>Определение 2:</u> подмножество A: $A=\{a_1, a_2, ..., a_n\}$, где $a_k=(R^k, J^k)$, $R^k\in V_R$, $J^k\in V_J$, k=1..n, $n\in N|$ называется паросочетанием графа G или ее матрицы RJ если $A=\{(R^1, J^1), (R^2, J^2),..., (R^n, J^n)\}$ удовлетворяет следующим условиям: для $\forall k=1..n$:

- $R^k\notin AR\backslash R^k$,
- $J^k\notin AJ\backslash J^k$,

где $AR=\{R^1, R^2, ..., R^n\}$, $AJ=\{J^1, J^2, ...,J^n\}$.

Таким образом, $AR\subseteq V_R$, $AJ\subseteq V_J$.

Или подмножество A ребер графа G=(V,E) называется паросочетанием, если никакие два ребра из A не имеют общей вершины.

<u>Определение 3</u>: пара $a_k=(R^k, J^k)$, k=1..n называется *назначением* для ресурса $R^k\in V_R$ и для задания $J^k\in V_J$.

<u>Определение 4:</u> пусть $X=\{A^1, A^2, ..., A^z\}$, $z\in N|$ есть множество результатов всех возможных паросочетаний для графа G=(V,E) или ее матрицы RJ. Паросочетание A* называется максимальным паросочетанием или *решением* для данного графа G если:

1) $|A^*|=n^*$.
2) $n^*=\max\{|A^1|, |A^2|, ..., |A^z|\}$.

Теоретическое обоснование выделения обязательных назначений

Анализ свойств не взвешенного двудольного графа при решении задачи поиска максимального паросочетания, а также анализ известных алгоритмов позволяют сформулировать следующую теорему.

<u>Теорема 1</u>:

Если в матрице RJ[i,j], i=1..N, j=1..N графа $G=(V_R,V_J,E)$, где $V_R=\{1,2,...N\}$, $V_J=\{1,2,...N\}$, существует решение A мощностью n=N и существуют такие вершины (p,q) что

RJ[p,q]=1,

$RJ[p,j]=0\ \forall\ j\in\{1,..,N\}\backslash q$ (5) и/или

$RJ[i,q]=0\ \forall\ i\in\{1,..,N\}\backslash p$. (6)

Тогда эта пара (p,q) всегда участвует в решении A, $(p,q)\in A$.

<u>Определение 5:</u> назначения (p,q) по теореме 1 называются “обязательными”.

Примечание 2. Ввиду редукции графа и соответствующей коррекции МС следствие 1 может применяться рекуррентно.

<u>Теорема 1*</u>

Любая из вершин не взвешенного двудольного графа, имеющая степень равную единице, всегда участвует в одном из вариантов максимального паросочетания.

Теорема 1* справедлива как для вершин-заявок, так и для вершин-ресурсов. В том случае, если вершины имеющие степень 1, образуют веер, то Теорема 1* справедлива для любой вершины входящей в веер и каждая из них может быть взята в паросочетание, а проверку остальных вершин на возможность получения увеличивающего пути выполнять не следует.

<u>Теорема 2</u>.

Если в матрице RJ[i,j], i=1..N, j=1..N, $\exists$FA (веер):

- $FA=\{(R^1,q), (R^2,q),..., (R^f,q)\}$, $R^k\in\{1,..,N\}$, $2\le f\le N$, где $RJ[R^k,q]=1$ для $\forall k=1..f$ и $RJ[R^k,J^k]=0$, $\forall J^k\in\{1,..,N\}\backslash q$ (2.7) или
- $FA=\{(p,J^1), (p,J^2),..., (p,J^f)\}$, $J^k\in\{1,..,N\}$, $2\le f\le N$, где $RJ[p,J^k]=1$ для $\forall k=1..f$ и $RJ[R^k,J^k]=0$, $\forall R^k\in\{1,..,N\}\backslash p$,

тогда любая из вершин FA входит в один из вариантов максимального паросочетания, задача назначения не имеет полного решения и мощность максимального паросочетания определяется из выражения M<N-f+1.

Следствие 2

Размерность решения задачи поиска максимального паросочетания может быть жменьшена на количество пар вершин, определенных по Теоремам 1 и 1* и поиск паросочетания должен вестись из нового суграфа.

Следствие 2*

Размерность решения задачи поиска максимального паросочетания должна быть жменьшена на количество вершин, входящих в веер, а поиск паросочетания должен вестись из нового суграфа.

Следствие 3

Смежные ребра, инцидентные вершинам, определенным по Теореме 1, должны быть удалены из дальнейшего рассмотрения, а исходный граф редуцирован и преобразован в новый суграф.

Следствие 4

Смежные ребра, инцидентные вершинам, определенным по Теореме 2, должны быть удалены из дальнейшего рассмотрения, а исходный граф редуцирован и преобразован в новый суграф.

Временная сложность алгоритм поиска максимального паросочетания на основе предложенного подхода равен для взвешенного дудольного графа равна O($n^{1.5}$logn)

Выводы

Использование предложенного подхода позволяет на основании анализа исходной информации выделить обязательные назначения и на ранней стадии планирования применить принцип исключающего планирования, что в свою очередь снижает среднее время ожидания заявок, понижает размерность решения задачи планирования, а соответственно и время работы планировщика, увеличивает пропускную способность вычислительной системы. Кроме этого применение описанной теоретической базы позволяет уменьшить временную сложность Венгерского алгоритма для поиска максимального паросочетания для взвешенного двудольного графа и применить ее для планирования в неоднородных системах.

Литература

1. Foster, C. Kesselman, and S. Tuecke, "The Anatomy of the GRID: Enabling Scalable Virtual Organizations," International Journal of High Performance Computing Applications, 15 (3), 200–222, 2001
2. Myer, "GRID Computing: Conceptual Flyover for Developers," IBM Corporation, 1133 Westchester Avenue, White Plains, New York 10604, May 2003
3. L.-J. Zhang, J.-Y. Chung, and Q. Zhou, "Developing GRID Computing Applications, Part 1: Introduction of a GRID Architecture and Toolkit for Building GRID Solutions," Updated November 20, 2002, IBM Corporation, 1133 Westchester Avenue, White Plains, New York 10604, October 1, 2002
4. F. Berman, G. Fox, and A. J. Hey (Eds.), GRID Computing: Making the Global Infrastructure a Reality, Wiley, 2003
5. M. Chetty and R. Buyya, "Weaving Computational GRID: How Analogous Are They With Electrical GRID?" IEEE Computing in Science and Engineering, July/August 2002
6. GRID Computing Info Centre (GRID Infoware), "GRID Computing, Answers to the Enterprise Architect Magazine Query," Enterprise Architect Magazine, http://www.cs.mu.oz.au/~raj/GRIDInfoware/GRIDfaq.html
7. R. Buyya, Economic-Based Distributed Resource Management and Scheduling for GRID Computing, Ph.D Thesis, Monash University, Melbourne, Australia, April 12, 2002
8. Elsadek A. A. and Wells B.E., "Heuristic model for task allocation in a heterogeneous distributed systems", *proc. of PDPTA'96,* California USA, Vol.2, (1996), pp659-671.
9. Papadimitry X., Stayglitsh K., *Combinatory optimization, algorithm and complexity,* Moscow: Mir (1985).
10. Berge C. , *Theorie des graphes et ses application,*. Dunod, Paris (1958).
11. Hopcroft J.E. and Karp R.M., An $n^{2.5}$ Algorithm for Maxi-mum Matchings in Bipartite Graphs, SIAM J. Comput. 2(4) (1973) 225-231.