

## ОЦІНКА СПІВВІДНОШЕННЯ СИГНАЛ/ШУМ В ФУНКЦІОНАЛЬНО-ОРІЄНТОВАНИХ СИСТЕМАХ АНАЛІЗУ ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ

В статті обґрунтовано використання співвідношення сигнал/шум для підсистем вторинної обробки в функціонально-орієнтованих системах аналізу циклічних сигналів.

In the article usage of a signal to noise ratio for subsystems of secondary processing in function – oriented systems of the analysis of cyclical signals is justified

### Вступ

Використання функціонально орієнтованих систем дозволяє суттєво збільшити швидкість обробки даних вимірювальних експериментів. Такий ефект досягається завдяки адаптації структур таких систем для вирішення обчислювальних задач певного типу, що мають загальні або подібні алгоритми опрацювання даних. Окремий клас таких систем утворюють функціонально орієнтовані системи аналізу циклічних процесів.

Досвід розробки та застосування таких систем свідчить про зростання вимог щодо підвищення достовірності виявлення та точності вимірювання параметрів та характеристик циклічних сигналів в умовах, коли рівень сигналу близький або навіть менший за рівень завади, а її статистичні характеристики невідомі. Крім того існують задачі, в яких відсутня апріорна інформація про сигнали – відомим є тільки те, що сигнали породжені циклічними процесами.

Для порівняння різних способів та алгоритмів опрацювання сигналів у функціонально-орієнтованих системах аналізу циклічних процесів необхідно обґрунтувати і ввести критерії ефективності їх обробки. Вирішальним фактором, який обмежує застосування тих чи інших відомих способів та алгоритмів обробки в фазовому методі є наявність певного рівня завад у прийнятому сигналі. Тому основою таких критеріїв є співвідношення сигнал/шум (С/Ш).

В статистичній радіотехніці та оптиці при вирішенні задач виділення сигналів на фоні завад та оцінки їх параметрів користуються наступними визначеннями понять «співвідношення сигнал/шум» [1]:

(С/Ш)= (амплітуда сигналу/середнє квадратичне значення шуму),

(С/Ш)= (потужність сигналу/потужність шуму),

(С/Ш)= (пікове значення сигналу/середнє квадратичне значення шуму),

(С/Ш)= (енергія сигналу/енергія шуму).

Ефективність різних способів розв'язання задач виділення сигналів на фоні завад оцінюється покращенням співвідношення (С/Ш) на виході пристроїв, що реалізують дані способи відносно такого відношення на їх вході.

Наведені вище означення співвідношення С/Ш зручні з практичної точки зору, оскільки необхідні для їх визначення величини для широкого кола задач можна отримати шляхом прямих вимірювань такими приладами, як вольтметри амплітудних чи середніх квадратичних значень, ваттметрів і т.п. Використані в цих означеннях величини, по-перше, визначаються через енергетичні параметри сигналу (наприклад, силу електричного струму чи напругу, потужність тощо) і, по-друге, не повною мірою характеризують можливості визначення фазових характеристик сигналів складної форми. Наприклад, перше співвідношення можна застосовувати лише до гармонічних сигналів, воно не враховує тривалості сигналу. Крім того, їх використання для оцінки ефективності тих чи інших способів обробки сигналів в системах аналізу циклічних процесів наштовхується на певні методологічні труднощі: метою обробки сигналів в таких системах є їх фазова характеристика сигналу (або різниця фазових характеристик двох досліджуваних циклічних сигналів) [2], яка не відноситься до числа його енергетичних параметрів та характеристик (виняток становить випадок, коли фазовий зсув сигналів перетворюється в напругу іншими пристроями, наприклад, фазовими детекторами). Тому вказані співвідношення С/Ш можуть бути використані лише для оцінки первинної обробки сигналів, яка може включати підсилення, частотну

фільтрацію, трансформацію спектра частот сигналу тощо.

**Мета статті** – обґрунтувати відношення сигнал/шум на виході функціонально орієнтовані системи аналізу циклічних процесів.

**Постановка задачі.** В каналі вторинної обробки сигналів системи визначається різниця фазових характеристик сигналів  $u_1(t)$ , який уявляє адитивну суміш радіоімпульсного сигналу з частотою заповнення  $f_c$ , та гауссівської завади з дисперсією  $\sigma^2$ , та гармонічного сигналу  $u_0(t)$  цієї ж частоти  $f_c$ . Ці сигнали спостерігаються на часовому інтервалі, що охоплює час їх існування. З метою оцінки ефективності різних алгоритмів обчислення різниці ФХС необхідно обґрунтувати співвідношення С/Ш на вході і виході каналу.

### Розв'язок

Для кращого розуміння суті задачі розглянемо узагальнену структурно-логічну схему каналу вторинної обробки функціонально-орієнтованої системи, яка представлена на Рис. 1.

Досліджувані неперервні в часі сигнали  $u_1(t)$  та  $u_0(t)$  поступають на входи аналого-цифрових перетворювачів АЦП1 та АЦП2. На виході каналів обчислення фазових характеристик сигналів формуються цифрові відкліки ФХС. Суматор  $\Sigma$  визначає їх різницю  $\varphi[j] = \Phi_1[j] - \Phi_0[j]$ .

Визначення ФХС відбувається на основі дискретного перетворення Гільберта з наступним визначенням ФХС в межах напівінтервалу

$[0, 2\pi)$ , тобто значень  $\Phi_1[j](\text{mod } 2\pi)$  та  $\Phi_0[j](\text{mod } 2\pi)$ . З метою розгортання ФХС без втрати інформації про кількість цілих фазових циклів попередньо виконується цифрова фільтрація послідовностей  $\Phi_1[j](\text{mod } 2\pi)$  та  $\Phi_0[j](\text{mod } 2\pi)$ . В якості такої фільтрації може бути використана обґрунтована в [3] кругова медіанна фільтрація.

*Оцінка співвідношення (С/Ш)<sub>1</sub> на вході каналу вторинної обробки.* Спочатку обґрунтуємо вибір співвідношення С/Ш на вході каналу. Як приклад розглянемо один з характерних видів сигналів фазових ІВС – адитивну суміш  $u_i(t) + \xi(t)$  інформативного сигналу у формі радіоімпульса з гауссівською обвідною виду

$$u_i(t) = e^{-\alpha t^2} \cos(2\pi f_c t), t \in (-\infty, \infty), \quad (1)$$

де  $\alpha$  – параметр, який визначає швидкість наростання/спадання радіоімпульсу і має розмірність  $1/c$ , та гауссівської стаціонарної завади  $\xi(t)$  з нульовим математичним сподіванням та дисперсією  $\sigma^2$ . Приклади графіків інформативної складової сигналу та його реалізації з гауссівською завадою наведені відповідно на рис. 2, а, б, на якому позначено: 1 – радіосигнал виду (1), 2 – обвідна радіосигналу.

Оскільки амплітуда і миттєва потужність сигналу на інтервалі його існування є величинами змінними, то визначення співвідношення (С/Ш)<sub>1</sub> через ці величини не дає однозначного результату. Це саме стосується і визначення співвідношення (С/Ш)<sub>1</sub> через пікове значення сигналу: при однаковому піковому значенні сигналу його тривалість, отже і енергія, можуть бути різними.



Рис.1 Узагальнена структурно-логічна схема каналу вторинної обробки системи аналізу циклічних сигналів

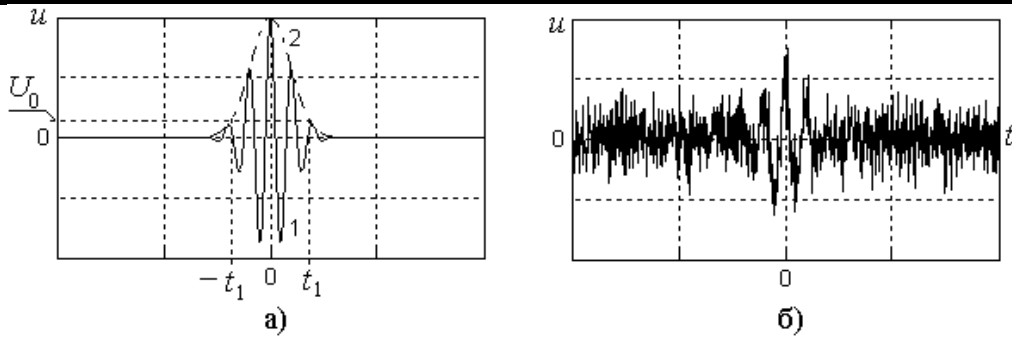


Рис. 2 Графіки інформативного сигналу (а) та його адитивної суміші з гауссівською завадою (б)

Тому найбільш обґрунтовано вбачається оцінка  $(C/Ш)_1$  через відношення “енергія сигналу/енергія завади”.

Енергія сигналу (1) що виділяється на резисторі  $R$  визначається як [4].

$$E_c = \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} u_i^2(t) dt \quad (2)$$

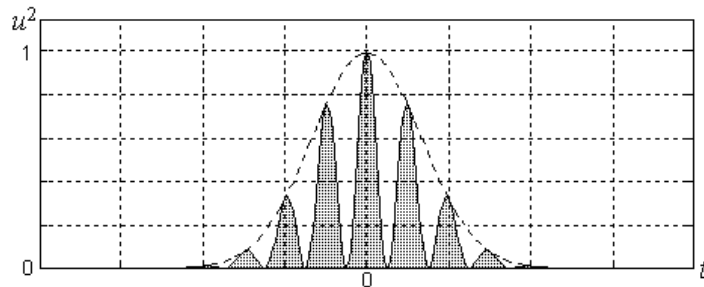


Рис. 3 Визначення енергії інформативного сигналу (1)

В сигналі (1) використана гауссівська обвідна, яка визначена на нескінченному інтервалі часу  $(-\infty, \infty)$ . Енергія шуму на такому інтервалі, навіть при незначній дисперсії, дає нескінченне значення. Такий результат не має практичної цінності і не може бути корисним при визначенні співвідношення  $(C/З)_1$ . Тому при визначенні енергії сигналу необхідно обмежити його тривалість за певним рівнем. Таким рівнем може бути значення  $U_0$  значно менше за амплітудне значення інформативного сигналу, якому на рис. 3.16,а відповідає інтервал часу  $(-t_1, t_1)$ .

Звичайно, вибір рівня  $U_0$  виглядає дещо штучним. Але з огляду на те, що в задачах порівняння ефективності способів і алгоритмів обробки сигналів важливим є не визначення абсолютного значення співвідношень  $(C/Ш)_1$  на вході каналу та  $(C/Ш)_2$  на його виході, а встановлення між ним відношення типу “більше/менше” (або встановлення такого відношення для  $(C/Ш)_2$  для різних алгоритмів

Оскільки енергія використовується не для оцінки її абсолютного значення, а для порівняння, у виразі (1) вибирають  $R=1$  Ом. Визначення енергії сигналу (1) ілюструє рис. 3 (енергії сигналу відповідає заштрихована частина рисунку).

вторинної обробки інформації), такий підхід можна вважати задовільним. Для обраного виду сигналу(1) доцільно задавати інтервал  $(-t_1, t_1)$  з умови

$$\int_{-t_1}^{t_1} \exp(-\alpha t^2) dt = 0.95 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}, \quad (3)$$

що відповідає охопленню 95% площі під кривою обвідної сигналу (1). В цьому випадку інтервал  $(-t_1, t_1)$  визначається за рівнем

$$U_0 = \exp(-\alpha t_1^2), \text{ а значення моменту часу } t_1 = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}.$$

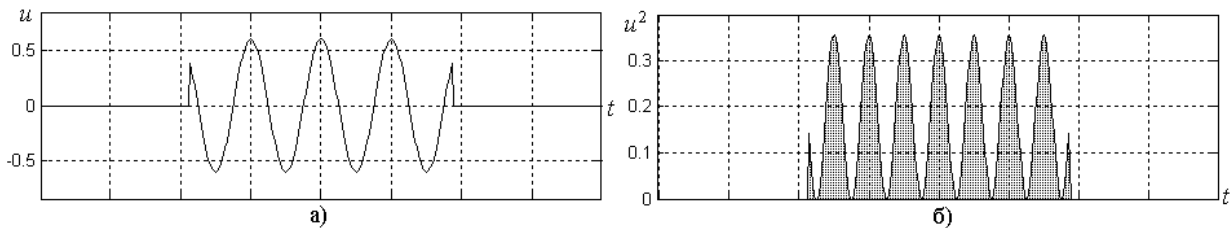
В часовому інтервалі тривалістю  $2t_1$  енергія шуму визначається як  $E_{ш} = \frac{2t_1 \sigma^2}{R}$ .

Таким чином, на вході вимірювального каналу маємо співвідношення

$$\left( \frac{C}{Ш} \right)_1 = \frac{1}{2t_1 \sigma^2} \int_{-t_1}^{t_1} u_i^2(t) dt. \quad (4)$$

У тих випадках, коли точне аналітичне ви-

значення енергії сигналу ускладнено (що має місце, наприклад, для сигналу виду (1)), можна застосувати наближений метод її оцінки, який ґрунтується на заміні обвідної радіосигналу довільної форми обвідною прямокутної форми за умови незмінності площі фігур, утворених обвідними та віссю часу. Для розглянутого вище сигналу (1) гауссівська обвідна в інтервалі  $(-t_1, t_1)$  може бути замінена прямокутною обвідною зі значенням по осі ординат  $A = \frac{0.95}{2t_1} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} = \frac{0.95\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \approx 0.595$ , отже енер-



**Рис. 4.** Наближене визначення енергії радіоімпульсного сигналу з гауссівською обвідною виду (1) через радіосигнал з прямокутною обвідною (а) та його енергію (б)

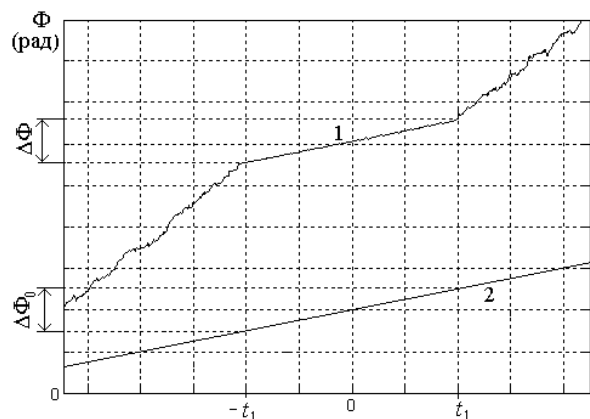
Оцінка співвідношення  $(C/Ш)_2$  на виході каналу вторинної обробки. Розглянемо графік фазової характеристики адитивної суміші сигналу (1) та гауссівської завади, представлений на рис. 5 кривою 1, та представлений кривою 2 графік ФХС гармонічного сигналу з частотою, що дорівнює частоті  $f_c$  сигналу заповнення радіоімпульса. Крива 1 отримана за умови фі-

гії інформаційного сигналу оцінюється для сигналу наступного виду

$$u_i(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_c t), & t \in [-t_1, t_1], \\ 0, & t \notin [-t_1, t_1]. \end{cases} \quad (5)$$

Визначення енергії такого сигналу є тривіальним. Графіки радіосигналу виду (5) та його квадрату наведені на рис. 4 а, б (енергію радіосигналу з прямокутною обвідною визначає заштрихована частина рис. 4,б).

льтрації послідовності  $\Phi_1[j](\text{mod } 2\pi)$  круговим медіанним фільтром (питання вибору апертури кругового медіанного фільтра та особливостей його роботи виходить за рамки даної роботи; тут лише зазначимо, що спроба розгорнути ФХС без такої фільтрації вже для співвідношення  $(C/Ш)1 < 10$  приводить до виникнення хибних стрибки ФХС величиною  $2\pi$ ).



**Рис. 5.** Графіки фазових характеристик адитивної суміші сигналу (1) та гауссівської завади (крива 1) та гармонічного сигналу частотою  $f_c$  (крива 2)

На інтервалі аналізу сигналу  $(-t_1, t_1)$  фаза досліджуваного сигналу змінюється на величину  $\Delta\Phi$ , що власне і слід розглядати як корисну компоненту вихідного сигналу при визначенні ФХС. Фаза гармонічного сигналу з частотою несучого коливання за цей же час змінюється

на величину  $\Delta\Phi_0 = 4\pi f_c t_1$ . За відсутності спотворень ФХС повинна виконуватись рівність  $\Delta = \Delta\Phi - \Delta\Phi_0 = 0$ . Відхилення від цього значення повинно трактуватись як зменшення співвідношення  $(C/Ш)_2$ . Оскільки значення  $\Delta$  в загальному випадку можуть бути як позитивні,

**Висновки**

так і негативні, таке зменшення необхідно врахувати парною функцією, яка обернено залежить від  $\Delta$ , наприклад, функцією  $e^{-\Delta^2}$ .

Дія завади на вході ІВС приводить до збільшення розкиду поточних значень різниці ФХС на інтервалі аналізу  $(-t_1, t_1)$ . В роботі [5] обґрунтовано використання для оцінки розкиду кутів вибіркової кругової дисперсії  $V$

$$V = 1 - \sqrt{\left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \cos \varphi[j]\right)^2 + \left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sin \varphi[j]\right)^2}, \quad (6)$$

де  $J$  – загальна кількість відліків ФХС, яка визначається часовим вікном тривалістю  $2t_1$ .

З урахуванням цього співвідношення (С/Ш)<sup>2</sup> на виході каналу фазової ІВС можна визначити як

$$\left(\frac{C}{\text{Ш}}\right)_2 = \frac{e^{-\Delta^2}}{V}, \quad (7)$$

Таким чином, запропоновані і обґрунтовані формули (4) та (7) дозволяють виконувати оцінку співвідношення сигнал/шум на вході і виході функціонально-орієнтованих систем аналізу фазових характеристик циклічних сигналів, що необхідно для оцінки ефективності різних способів та алгоритмів вторинної обробки інформації в таких системах.

Ефективність роботи технічних пристроїв і систем різного призначення визначається збільшенням співвідношення сигнал/шум на виході систем відносно входу. Традиційно це співвідношення визначається як відношення амплітуди (пікового значення, або потужності, або енергії) інформаційного сигналу до середнього квадратичного значення (енергії або потужності) шуму. Таке визначення співвідношення С/Ш має обмеження для використання в системах аналізу циклічних сигналів, на виході яких формуються фазові характеристики, які не належать до енергетичних.

В роботі запропоновано використання співвідношення С/Ш на виході каналів визначення ФХС функціонально-орієнтованих систем аналізу циклічних процесів, яке визначається неенергетичними параметрами сигналу – відхиленням оцінки фазової характеристики сигналів від заданої та вибірковою круговою дисперсією різниці ФХС.

Запропоноване співвідношення може бути використане для оцінки ефективності способів і алгоритмів визначення ФХС циклічних сигналів на фоні адитивної завади.

**Література**

1. Шестов Н.С. Выделение оптических сигналов на фоне случайных помех / Шестов Н.С. – М.: Советское радио, 1967. – 347 с.
2. Куц Ю.В. Статистична фазометрія [наукова монографія] / Ю.В. Куц, Л.М. Щербак. – Тернопіль: Тернопільський державний технічний університет, 2009р. – 383 с.
3. Куц В.Ю. Аналіз застосування кругової медіанної фільтрації в задачах обробки сигналів. Збірник наукових праць. Інститут проблем моделювання в енергетиці. Випуск 39.ст. 50-56.
4. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / Сергиенко А.Б. – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.
5. Мардиа К. Статистический анализ угловых наблюдений: Пер. с англ. – М.: Главная ред. физ.-мат. лит. изд-ва "Наука", 1978. – 240 с.