УДК 621.384

КУЦ В.Ю.

СПОСОБИ ОБЧИСЛЕННЯ ФАЗОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИКЛІЧНИХ СИГНАЛІВ

Розглянуто та проаналізовано способи оцінки фазових характеристик циклічних сигналів, та обґрунтовано використання методів статистичної обробки кутових даних для для підвищення точності їх визначення в умовах дії шуму.

The ways of cyclical signals phase characteristics estimation are reviewed and parsed, and usage of methods of the angular data statistical processing for increasing of their definition accuracy in conditions of a noise effect is justified.

Значна частина задач фазових вимірювань пов'язана з аналізом широкого класу циклічних сигналів [1]. Такі сигнали виникають під час аналізу циклічних процесів, які мають місце в багатьох технічних, біологічних та фізичних системах. Ці процеси характеризуються наявністю в них повторювань, а отже і можливістю виділення циклів, тобто сукупності взаємопов'язаних елементів, що утворюють їх кругообіг протягом певного проміжка часу – періоду. Значення періоду в процесі зміни циклів може змінюватись і коливатись в певних межах, розділені періодом значення циклічного процесу можуть не співпадати абсолютно. Незмінним лишається тільки повторюваність в часі чи просторі їх найбільш характерних ознак. Прикладами циклічних процесів можуть бути: в енергетиці – добова та сезонна зміни енергоспоживання, витрати енергоносіїв, в метеорології – зміна напрямку вітру, інтенсивності опадів, в медицині – фізико-біологічні процеси в організмі людини, у телекомунікації – трафік в різні пори року та години доби і т.п.

В роботі [1] для циклічних сигналів обгрунтовано введення понять “фазова характеристика сигналу” та “різниця фазових характеристик сигналів”. В технічних системах такі сигнали породжуються циклічними процесами різної фізичної природи (електричними, оптичними, акустичними, і т.і.). Тому аргументами в таких сигналах можуть бути як час, частота, так і координати простору. Фазові характеристики циклічних сигналів функціонально пов'язані зі своїми аргументами (зокрема з часом) залежностями, які зазвичай значно складніші за лінійну, яка має місце для гармонічних сигналів.

У вимірювальній техніці, оптиці, радіолокації, енергетиці, зв'язку тощо існує значна кількість задач, яка може бути розв'язана шляхом аналізу та визначення фазових характеристик циклічних сигналів (далі фазових характеристик сигналів – ФХС). До таких задач належать, наприклад, задачі детектування модульованих сигналів, аналізу інтерферограм, визначення показників якості електроенергії, виділення радіосигналів на фоні завад та оцінки їх фазових характеристик, оцінки стабільності фази високостабільних джерел гармонічних сигналів і т. і.

Метою статті є аналіз способів розгортання ФХС і їх ефективності для дослідження циклічних сигналів в умовах дії шумів і завад.

Розв'язок. Циклічний інформаційний сигнал може бути представлений у загальному виді дійсною функцією часу виду [2]

$$u(t)=U(t)\cos[\Phi(t)],\ t\in(-\infty,\infty),\ \frac{d\Phi(t)}{dt}>0, \quad (1)$$

де $U(t)$ – амплітудна характеристики сигналу (АХС),

$\Phi(t)$ – фазова характеристика сигналу.

Однозначне визначення функцій $U(t)$ та $\Phi(t)$ можливе, наприклад, на основі застосування до функцій виду (1) перетворення Гільберта (ПГ) [1]. Це перетворення визначає спряжений по Гільберту сигнал $\hat{u}(t)$. ПГ є основою математичного апарата, який дозволяє виконувати аналіз характеристик циклічних сигналів виду (1) і визначити їх амплітудну характеристику $U(t)=\sqrt{(u(t))^2+(\hat{u}(t))^2}$ та дробову частину ФХС – функцію $\varphi(t)=\Phi(t)\bmod 2\pi$, $\varphi(t)\in[0,2\pi)$ [1]

$$\varphi(t)=\mathbf{L}[\hat{u}(t),u(t)]=arctg\left(\frac{\hat{u}(t)}{u(t)}\right)+\frac{\pi}{2}\{2-[sign(\hat{u}(t))]\cdot[1+sign(u(t))]\}, \quad (2)$$

де $sign(x)$ – знакова функція,

L – оператор визначення дробової частини ФХС.

Саме повторюваність дробової частини ФХС, тобто її частини в межах напівінтервалу $[0,2\pi)$ визначає циклічність сигналу. Наприклад, для гармонічного сигналу з частотою f_0 функція (2) уявляє періодичну пилкувату функцію з періодом $T_0 = f_0^{-1}$, що має вид показаний на рис. 1.

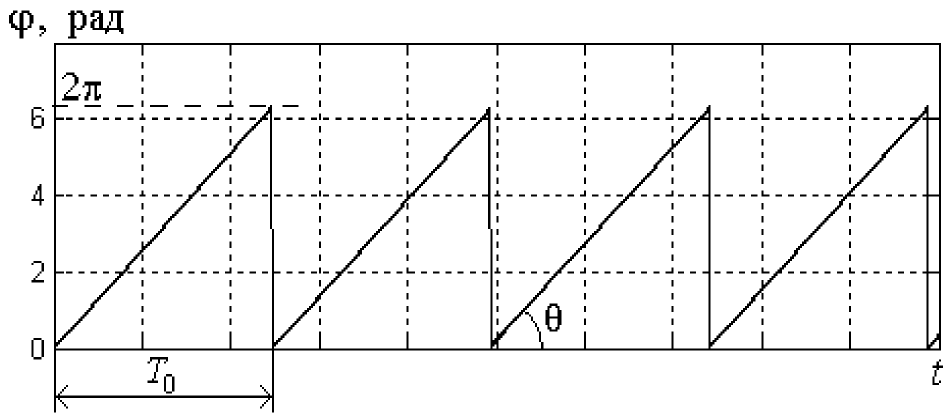

Рис. 1 Приклад графіка функції $\varphi(t)$ ділянки гармонічного сигналу

Функція $\varphi(t)$ періодично змінюється в часі від 0 до 2π з періодом вхідного сигналу T_0. Перехід від максимального до мінімального значень відбувається стрибкоподібно. Кут нахилу θ функції $\varphi(t)$ до осі часу в межах між двома суміжними стрибками однозначно зв'язаний з частотою сигналу: $f_0 = (2\pi)^{-1} tg\theta$, тобто зміні частоти в інтервалі $(0, \infty)$ відповідає зміна кута θ в інтервалі $(0, 0{,}5\pi)$.

Для реалізації фазового методу вимірювання важливим є не весь вимірювальний сигнал, а його фазова характеристика $\Phi(\nu)$, яка безпосередньо пов'язана з певною фізичною величиною ν (чи вектором). Традиційні алгоритми оцінювання фази сигналу дозволяють визначити лише дробову частину ФХС $\varphi(\nu) = \Phi(\nu) \bmod 2\pi$. В багатьох прикладних вимірювальних задачах необхідним і важливим є отримання всієї ФХС, тобто розгорнутої характеристики. До таких задач належать, наприклад, задачі побудови зображення в магнітному резонансному методі, томографія і спектроскопія, обробка інтерферограм, опрацювання часових рядів тощо. Задача визначення фазових зсувів (характеристик) сигналів за межами півінтервалу $[0,2\pi)$ відома як задача розгортання ФХС або задача усунення багатозначності фазових вимірювань. Аналіз сучасної науково-технічної літератури свідчить, що питання розгортання фази в останнє десятиліття перетворилось на одне з найбільш досліджуваних питань в області цифрової обробки зображень. Цій тематиці присвячено численні наукові праці, в яких розглянуто різні способи та алгоритми розгортання фази для різних практичних застосувань. Проведемо їх аналіз з метою узагальнення способів розгортання фази вимірюваного сигналу.

Способи розгортання фази сигналу систематизовано на рис. 2.

В загальному випадку фазу сигналу можна розглядати як функцію, аргументами якої є час t, частота f та координати тривимірного простору x, y, z, тобто $\Phi(t, f, x, y, z)$. Безпосередньому вимірюванню через вхідний сигнал доступна лише її частина $\varphi(t, f, x, y, z) = \Phi(t, f, x, y, z) \bmod 2\pi$, тобто дробова частина ФХС.

За видом області розгортання способи розгортання фази можна поділити на три групи: способи розгортання фази в частотній області, які дозволяють визначати фазочастотні характеристики електричних кіл та середовищ поширення сигналів; способи розготрання фази в одно-, дво-, та тривимірному просторі, які застосовують для опрацювання, наприклад, інтерферограм; способи розготрання фази сигналів, представлених часовими рядами.

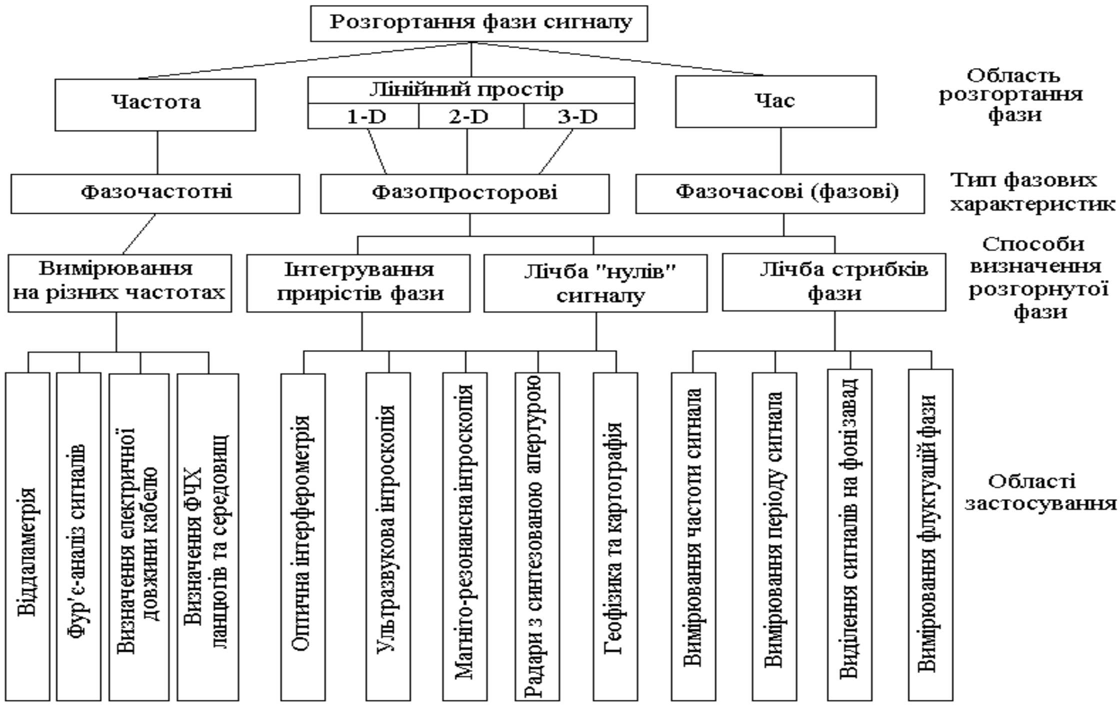

Рис. 2 Систематизація способів розгортання фази сигналу

У першому випадку отримують множину значень фази на певних m частотах, тобто $\{\varphi(f_j),\ j=\overline{1,m}\}$, у другому – значення фази у вузлах сітки, у одновимірному випадку це, наприклад, множина $\{\varphi(j\Delta x)=\varphi[j],\ j=\overline{1,m}\}$, де Δx крок сітки, у третьому – це значення фази у відповідні моменти часу – $\{\varphi(j\Delta T)=\varphi[j],\ j=\overline{1,M}\}$, де ΔT – крок дискретизації сигнала під час отримання часового ряду. Відповідні типи фазових характеристик називатимемо фазочастотними, фазопросторовими та фазочасовими, або просто фазовими.

Фазочастотні характеристики сигналів з областю представлення в інтервалі що перевищує 2π широко застосовуються в задачах віддалеметрії [3], Фурьє-аналізі сигналів [2], визначенні електричої довжини кабелю, в радіолокації [5].

Розподіл фази у просторі застосовують при розшифровці інтерферограм [6], результатів ультразвукової та магніторезонансної інтроскопії в медицині та неруйнівному контролі, при відтворенні рельєфу місцевості та будові форми земної кори в геофізиці та картографії тощо.

Особливості розгортання фази полягають у наступному. Спосіб інтегрування (накопичення) прирістів фази ґрунтується на неперервному стеженні за фазою (фазовим зсувом сигналів), яка змінюється в часі чи просторі. За умови, що в початковій точці аналізу ($j=1$) фаза дорівнює значенню $\varphi[1]\in[0,2\pi)$, під час послідовного переходу від першої до j-тої точки простору накопичуються значення

$$\Phi[j]=\varphi[1]+\sum_{k=2}^{j}\Delta\varphi_k=\varphi[1]+\sum_{k=2}^{j}(\varphi[k]-\varphi[k-1])\bmod 2\pi,$$

$$|\Delta\varphi_k|<\frac{\pi}{2}. \quad (3)$$

Суть способу рахунку числа «нулів» сигналу [7] полягає в тому, що нульові значення знакозмінного сигналу збігаються в часі (чи просторі) з межею фазових циклів, тобто зі значеннями $\Phi(t)\equiv 0 \bmod 2\pi$ (іншими словами значення функції $\Phi(t)$ порівнювані з нулем за модулем 2π). Кожний перехід сигналу через нуль відповідає зміні дробової частини ФХС на 2π, що дозволяє побудувати східчасту функцію з величиною сходинок, яка дорівнює 2π. Додавання такої східчастої функції до значення $\varphi(t)=\Phi(t)\bmod 2\pi$ дозволяє виконати розгортання фази. Той факт, що східчаста функція і дробова частина фази визначаються неузгоджено, вимагає додаткових заходів, які спрямовані на уникнення грубих помилок визначення $\Phi(t)$ в околі значень $\Phi(t)\equiv 0 \bmod 2\pi$.

За відсутності шумів у досліджуваному сигналі існує можливість узгодженого з $\varphi(t)$ визначення східчастої функції за аналізом стрибків функції $\varphi(t)$. В цьому випадку маємо

$$\Phi(t)=\varphi(t)+\mathbf{K}[\varphi(t)], \quad (4)$$

де $\mathbf{K}[\cdot]$ – оператор східчастої функції, що визначається за результатами аналізу $\varphi(t)$ і усуває стрибки ФХС в точках $2\pi n$, $n \in N$. В роботі [8] оператор $\mathbf{K}[\cdot]$ визначається як

$$\mathbf{K}[\varphi(t)]=\begin{cases}\mathbf{K}[\varphi(t=0)]=0, \\ \mathbf{K}[\varphi(t)], \quad \lim\limits_{\Delta t \to 0}[\varphi(t-\Delta t)-\varphi(t)]=0, \\ \mathbf{K}[\varphi(t)]+2\pi, \quad \lim\limits_{\Delta t \to 0}[\varphi(t-\Delta t)-\varphi(t)]=2\pi.\end{cases}$$

Процес розгортання фази гармонічного сигсигналу згідно (4) наведено на рис. 3.

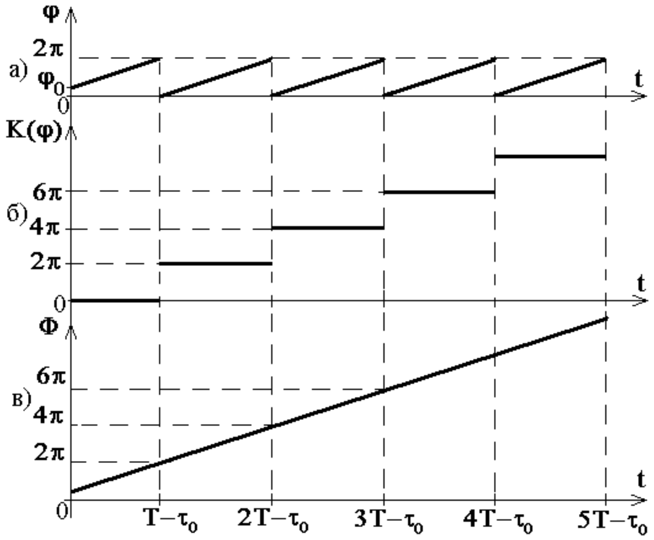

Рис. 3 Графічне представлення процесу розгортання фази гармонічного сигналу за способом лічби стрибків дробової чистини ФХС

Оскільки функція $\mathbf{K}[\varphi(t)]$ отримується з функції $\varphi(t)$, обидві складові в рівнянні (4) є узгодженими, що виключає виникнення грубих помилок визначення розгорнутої ФХС.

Наведений приклад розгортання фази гармонічного сигналу лише ілюструє принцип цієї процедури. Ідея розгортання ФХС є тривіальною і не здається такою продуктивною у випадку, коли йдеться про гармонічні сигнали. Проте для сигналів більш складної структури визначення ФХС надає значно ширші можливості, зокрема можливість статистичного аналізу фазових зсувів сигналів, дослідження динаміки розвитку фази сигналів, аналізу флуктуацій фази сигналів, аналізу фази сигналів у присутності завад тощо.

Слід зазначити, що в практичних дослідженнях зустрічаються і інші, більш складні, випадки відновлення фази, наприклад, коли фаза залежить і від часу, і змінюється у просторі. Цьому випадку відповідають задачі визначення ФХС, в яких гармонічний сигнал,

$$u_1(t,x)=U_1\cos(2\pi ft-kx-\varphi), x,t\in(-\infty,\infty), \quad (5)$$

де $k=2\pi/\lambda$ – хвильове число, що визначає просторовий період коливання;

$\lambda = V/f$ – довжина хвилі,

поширюється у середовищі вздовж координати *x* з фазовою швидкістю V.

Для сигналу (5) ФХС становить $\Phi_1(t,x)=(2\pi ft-kx-\varphi)$, а її дробова частина – $\varphi_1(t,x)=(2\pi ft-kx-\varphi)\mathrm{mod}\,2\pi$. Функції $\varphi_1(t,x)$ та $\Phi_1(t,x)$ залежать від двох аргументів – часу t і просторової координати x.

Хоча принципи розгортання фази лишаються незмінними незалежно від області її представлення, розгортання фази циклічних сигналів у присутності шумів та завад в часовій області висуває більш жорсткі вимоги щодо щвидкодії і точності способів і алгоритмів його реалізації. В цьому випадку коректне визначення ступінчастої функції $\mathbf{K}[\varphi(t)]$ і відповідно ФХС можливе у випадку, коли $\Phi(t)$ є гладкою функцією, тобто функцією, у якої кожне значення аргументу є гладкою точкою [9]. В свою чергу гладка точка функції $f(x)$ визначається як значення аргументу x, для якого виконується умова

$$\lim_{|h|\to 0} \frac{\left| f(x+h) + f(x-h) - 2f(x) \right|}{|h|} = 0 . \qquad (6)$$

Умова (6) не виконується у випадку, коли аналізований сигнал спостерігається на фоні адитивного шуму навіть для значних відношень сигнал/шум. В результаті зростає імовірність виникнення грубих помилок визначення ФХС. Проілюструємо цей висновок на прикладі задачі визначення ФХС гармонічного сигналу на фоні адитивного гауссівського шуму з нульовим математичним сподіванням та дисперсією σ^2. На рис. 4,а наведено приклад графіку фрагменту адитивної суміші гармонічного сигналу і гауссівської завади з відношенням сигнал/шум=10 (по потужності), а на рис. 4,б, в – відповідно значення дробової частинии ФХС цієї суміші та її різниці відносно дробової частини гармонічної складової суміші.

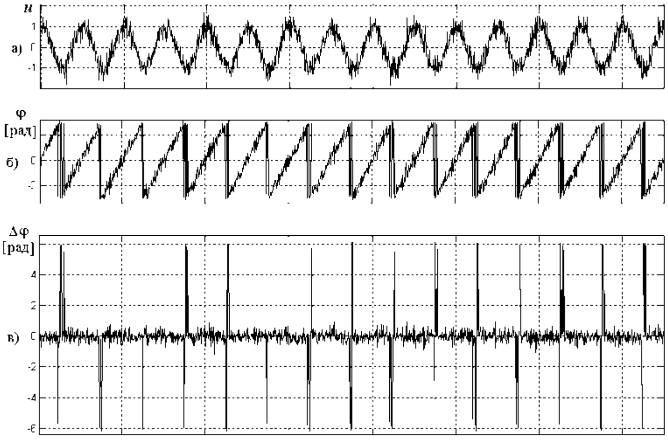

Рис. 4 Графіки вхідного сигналу (а), значень дробової частини ФХС (б) та наявної в ній імпульсної завади $\Delta\varphi$ (в)

З рис. 4 видно, що наявність адитивної завади у сигналі приводить до спотворення дробової частини ФХС гармонічної складової цього сигналу, яке полягає в тому, що: 1) ділянки між стрибками фази спотворені адитивною завадою; 2) з'являється імпульсна завада в околі стрибків фази інформативної частини сигналу. В цьому випадку розгортання ФХС оператором $\mathbf{K}[\cdot]$ супроводжується появою хибних стрибків ФХС величиною близькою до значень $\pm 2\pi$ (тобто суттєвим збільшенням похибки її визначення). Зменшення відношення сигнал/шум веде до збільшення кількості хибних стрибків в околі значень $\Phi(t) \equiv 0 \bmod 2\pi$. Це обумовлює необхідність розробки спеціальних статистичних методів і алгоритмів відновлення ФХС без втрати інформації про її цілу частину. По відношенню до сигналу як "носія" ФХС, таку статистичну обробку можна розглядати як вторинну.

Методи математичної статистики, використовувані для аналізу розподілених на прямій випадкових величин, добре відомі в теорії і практиці вимірювань. Проте застосування таких методів безпосередньо в задачах статистичного опрацювання результатів визначення ФХС має певні обмеження, а в ряді випадків може привести до отримання некоректних результатів. Ці обмеження обумовлені, в першу чергу, замкненим характером простору, в якому розглядається дробова частина ФХС – кола одиничного радіуса, який використовується в статистичному аналізі кутових даних.

Методи статистичного аналізу розподілених на колі випадкових кутів також добре вивчені [10] і суттєво відрізняються від методів статистичного аналізу випадкових величин. Так, наприклад, в статистичному аналізі випадкових кутів як вибіркові характеристики застосовують круговий середній напрямок і кругову дисперсію напрямків, кругову медіану, а як розподіли ймовірності випадкових кутів – гауссівський намотаний, Мізеса та ін.

На сьогодні ще не існує завершеної загальної теорії розгортання фази сигналів і сигнальних полів. Ця проблема знаходиться в стадії активної розробки. В кожному конкретному застосуванні розробляються оригінальні методи розв'язку, які тестуються шляхом комп'ютерного моделювання.

Можна припустити, що попереднє статистичне згладжування фунції $\varphi(t)$ дозволить уникнути або суттєво зменшити кількість хибних стрибків ФХС під час її розгортання. Слід зазначити, що таке згладжування повинно одночасно задовольняти суперечливі вимоги якнайкращого згладжування завади і передавання стрибків дробової частини ФХС з їх мінімальними спотвореннями. Подібна задача розв'язана для розподілених на прямій випадкових величин за допомогою медіанної фільтрації [11]. Можна очікувати, що за аналогією до такого розв'язку ідея застосування кругової медіанної фільтрації на колі [8] для статистичного згладжування дробової частини ФХС також виявиться продуктивною.

Розв'язок поставлених завдань дозволить підвищити точність визначення частото-часових параметрів циклічних сигналів для функціонально-орієнтованих ІВС їх аналізу за рахунок використання непараметричного статистичного метода опрацювання їх фазових характеристик. Це дозволить розширити функціональні можливості ІВС за рахунок обробки циклічних сигналів з більшою апріорною невизначеністю параметрів сигналу та з меншим відношенням сигнал/шум.

Висновки

Фазова характеристика циклічних сигналів є важливою інформативною характеристикою, яка може бути покладена в основу вирішення широкого кола прикладних задач. Отримання ФХС надає можливості визначення часових і частотних параметрів циклічних сигналів – періоду, частоти, миттєвої частоти, а також можливість статистичного аналізу ФХС, дослідження динаміки її розвитку, аналізу її флуктуацій відносно заданої ФХС.

В реальних умовах ФХС спотворюються шумами і завадами, що діють у пристроях формування і обробки вимірювальних сигналів. Тому визначення ФХС повинно базуватись на статистичних методах обробки, узгоджених з циклічним характером самої ФХС. З значна частина відомих методів і способів визначення ФХС орієнтована на застосування в якості моделі детермінованих сигналів і не повною мірою враховує ймовірнісний характер фазових характеритстик реальних сигналів. Спрощений детермінований підхід для визначення ФХС має суттєві обмеження і приводить до втрат інформації під час її розгортання в умовах низьких відношень сигнал/шум.

Перспективним напрямком розвитку методів розгортання фазових характеристик циклічних сигналів є дослідження та застосування методів статистичного згладжування дробової частини ФХС, зокрема методом кругової медіанної фільтрації, що узгоджений з циклічним характером зміни в часі дробової частини ФХС. Це дозволить розширити функціональні можливості засобів аналізу циклічних сигналів за рахунок можливості обробки і отримання коректних результатів за умови більшої апріорної невизначеності параметрів сигналу та шуму.

Література

1. Куц Ю.В. Статистична фазометрія [наукова монографія] / Ю.В. Куц, Л.М. Щербак. – Тернопіль: Тернопільський державний технічний університет, 2009р. – 383 с.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / Сергиенко А.Б. – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.
3. Михеечев В.В. Геодезические светодальномеры / Михеечев В.В. – М.: Недра, 1979. – 222 с.
4. Кинкулькин И.Е. Фазовый метод определения координат / Кинкулькин И.Е., Рубцов В.Д., Фабрик М.А. – М.: Сов.радио, 1979. – 280 с
5. Денисов В.П. Фазовые радиопеленгаторы / Денисов В.П., Дубынын Д.В. – Томск: Томский госуд. Ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2002.–251 с.
6. Гужов В.И. Проблема фазовой неоднозначности и ее решение в лазерной интерферометрии / Гужов В.И., Картавых Е.В.–Автометрия. –2000. –№5. –С.102–107.
7. Жуковский А.П. Теоретические основы радиовысотометрии / Жуковский А.П., Оноприенко Е.И., Чижов В.И. – М.: Сов. радио, 1979.-320 с.
8. Куц В.Ю. Аналіз застосування кругової медіанної фільтрації в задачах обробки сигналів. Збірник наукових праць. Інститут проблем моделювання в енергетиці. Випуск 39.ст. 50-56.
9. Математическая энциклопедия / Гл. ред. И. М. Виноградов. – М.: Советская энциклопедия. Т. 3, 1984. – 1184 с.
10. Мардиа К. Статистический анализ угловых наблюдений: Пер. с англ / Мардиа К. – М.: Главная ред. физ.-мат. лит. изд-ва "Наука", 1978. – 240 с.
11. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Т.С. Хуанг, Дж.-О. Эклунд, Дж. Нуссбаумер и др.; Под ред. Т.С. Хуанга: Пер. с англ. – М.: Радио и свіязь, 1984. – 224 с.